

research, drive & innovation

# Zählverfahren


Zählverfahren zur Bildung von Kollektiven und Matrizen  
aus Zeitfunktionen

FVA-Richtlinie

Ausgabe 2010





FVA 131 IV	ZÄHLVERFAHREN ZUR BILDUNG VON KOLLEKTIVEN UND MATRIZEN AUS ZEITFUNKTIONEN	 Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.
------------	--	--

## Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
1. Einleitung	4
2. Anwendungsbereich	6
3. Beschreibung der Zählverfahren	6
3.1 Grundlagen	6
3.2 Normen	8
3.3 Einparametrische Zählverfahren	9
3.3.1 Spitzenzählung SZ	9
3.3.2 Klassengrenzenüberschreitungszählung KGÜZ	10
3.3.3 Bereichszählung BZ	12
3.3.4 Bereichspaarzählung BPZ	13
3.4 Zweiparametrische Zählverfahren	15
3.4.1 Bereichs-Mittelwert Zählung BMZ	15
3.4.2 Von-Bis-Zählung	16
3.4.3 Bereichspaar-Mittelwert Zählung BPMZ	17
3.4.4 Rainflow-Zählung RFZ	19
4. Ableitung von Kollektiven aus Matrizen	23
4.1 Übergangsmatrix	23
4.2 Rainflowmatrix	28
5. Vergleich der Zählverfahren für vier Beispiel-Beanspruchungszeitfunktionen	33
5.1 Untersuchte Beanspruchungszeitfunktionen	33
5.2 Randombeanspruchung mit Unregelmäßigkeitsfaktor $I = 0,99$	33
5.3 Randombeanspruchung mit Unregelmäßigkeitsfaktor $I = 0,7$	34
5.4 Gedämpfte Schwingung	36
5.5 Überlagerte Sinus-Sinusbeanspruchung	37
6. Verweildauer- und Momentanwertzählung	38
6.1 Einparametrisch	38
6.1.1 Verweildauerzählung VZ	38
6.1.2 Momentanwertzählung MWZ	39
6.2 Zweiparametrisch	40
6.2.1 Zweiparametrische Verweildauerzählung	40
6.2.2 Zweiparametrische Momentanwertzählung	41

7. Hinweise zur Anwendung der Zählverfahren	42
7.1 Grundsätzliche Bemerkungen	42
7.2 Empfehlungen	44
7.2.1 Grafische Darstellung	44
7.2.2 Praktische Erfahrungen	44
Literaturangaben	45
Abkürzungsverzeichnis	52

## **Prolog**

Seit 1988 besteht das FVA-Merkblatt Nr. 0/14 „Zählverfahren“. Es enthält die gebräuchlichen Verfahren mit zugehöriger Bewertung.

Dieses Merkblatt wurde nun, nach über 20 Jahren, verbessert, erweitert und aktualisiert. Es ist in dieser Form zu einer FVA-Richtlinie „Zählverfahren“ geworden. Der Gebrauch ist unkompliziert. Der Anwender wird sich klarer über seine Aufgabe mit Hilfe des sinnfällig gegliederten Inhaltsverzeichnisses. Jedes Zählverfahren wird ergänzt durch eine Bewertung und Empfehlung.

Verfahrensvergleiche und Hinweise zur Anwendung der Zählverfahren erleichtern das Arbeiten mit der Richtlinie.

Dr. William Fischer

## **Vorwort**

Das Merkblatt „Zählverfahren zur Bildung von Kollektiven und Matrizen aus Zeitfunktionen“ ist erstmalig 1988 erschienen. Da die Zählverfahren in Büchern über Betriebsfestigkeit meist nur marginal behandelt werden, war ein ständiger Bedarf vorhanden, so dass die FVA-Geschäftsstelle bis heute mehrfach unveränderte Auflagen zur Verfügung gestellt hat. Da es seitdem eine Reihe spezifischer Weiterentwicklungen gegeben hat - so hat sich zum Beispiel die Rainflowzählung inzwischen weltweit etabliert - war eine Aktualisierung des Merkblattes notwendig.

Zur Vertiefung des hier dargebotenen Stoffes und der Erweiterung des Themas zur Lastannahme bei der Bemessung von Bauteilen und Systemen sei auf das Buch derselben Verfasser „Zählverfahren und Lastannahme in der Betriebsfestigkeit“, /Köhl 10/, hingewiesen.

An dieser Stelle sei Herrn Dr. W. Fischer, Leiter des früheren Arbeitskreises „Lastkollektive“, gedankt, der das FVA-Forschungsvorhaben Nr. 131 „Sonderereigniskollektive“, /West 88/, seinerzeit initiiert hatte und aus dem das Merkblatt hervorgegangen ist. Er hat auch die Aktualisierung unterstützt und aktiv bei den Hinweisen zur Anwendung der Zählverfahren mitgearbeitet. Die Basis des aktualisierten Merkblattes ist nach wie vor das von Frau Dipl.-Ing. A. Westermann-Friedrich 1988 erstellte Merkblatt.

Die Autoren

Dipl.-Ing. Michael Köhler, Mercedes AMG, Affalterbach  
Dr.-Ing. Sven Jenne, DB AG, Minden  
Dr.-Ing. Kurt Pötter, BMW AG, München  
Prof. Dr.-Ing. Harald Zenner, TU Clausthal, Clausthal-Zellerfeld

## 1. Einleitung

Die Festigkeitsbemessung von Bauteilen stellt einen Vergleich zwischen Belastbarkeit und Belastung bzw. Beanspruchbarkeit und Beanspruchung dar. Bei den meisten Bauteilen und Strukturen treten schwingende Beanspruchungen auf, und zwar fast ausnahmslos mit variabler Amplitude. Für die Lastannahme, d.h. für die Kennzeichnung der der Berechnung zugrunde zu legenden Belastung werden Kollektive und Matrizen verwendet, die Häufigkeitsverteilungen von Schwingspielen darstellen. Diese werden, soweit möglich, aus Betriebsmessungen gewonnen. Sie sind die Basis für die rechnerische Lebensdauerabschätzung sowie in vielen Fällen auch für den experimentellen Lebensdauernachweis.

Für die Belange der Betriebsfestigkeit, d.h. im Hinblick auf eine Lebensdauerabschätzung für Bauteile, interessiert in erster Linie die Größe der Beanspruchungsamplituden und deren Häufigkeit. Der Frequenzinhalt der Beanspruchungszeitfunktion (BZF), die Reihenfolge des Auftretens der Ereignisse und die Schwingungsform werden dabei vernachlässigt. Damit können die in der BZF enthaltenen Informationen reduziert werden, z.B. auf die Größe und Häufigkeit der auftretenden Maxima und Minima. Für diese Datenreduktion stehen verschiedene Zählverfahren, auch Klassierverfahren genannt, zur Verfügung.

Bei der Anwendung von Zählverfahren ist deshalb zu prüfen, ob im spezifischen Anwendungsfall die Voraussetzungen für die Vernachlässigungen zulässig sind. So kann die Vernachlässigung des Frequenzinhaltes nicht zulässig sein, wenn ein zeitabhängiges Werkstoff- und Bauteilverhalten auftritt, wie zum Beispiel bei hohen Temperaturen im Kriechbereich, bei Ermüdung in korrosiven Medien oder bei Elastomeren zum Beispiel bereits bei normalen Umgebungsbedingungen. Ein Reihenfolgeeinfluss der Belastung auf die ertragbare Lebensdauer lässt sich im Labor als signifikant nachweisen, zum Beispiel im high-low und low-high-Zweistufenversuch oder beim Aufbringen von Überlasten zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Dagegen aber steht die Jahrzehnte lange Erfahrung, dass bei Auftreten von sehr vielen Schwingspielen und einer starken Durchmischung kleiner und großer Amplituden die Reihenfolge der Belastung keinen Einfluss ausübt. Für mehrachsige, nichtproportionale Beanspruchung ist bekannt, dass die Schwingungsform (Dreieck, Sinus, Trapez) die Lebensdauer und die Höhe der Dauerfestigkeit beeinflusst, /Liu 93/.

Die erste Anwendung von Zählverfahren fällt zeitlich zusammen mit dem Beginn der Betriebsfestigkeit (1938), /Gaßn 41/. Seither sind eine Reihe von Zählverfahren für die Belange der Betriebsfestigkeit veröffentlicht worden. Die Entwicklung von Verfahren war dabei eng an die Entwicklung von in Flugzeugen einsetzbaren Zählgeräten gekoppelt /Schi 63/. Heute stehen leistungsfähige Rechner und Speichermedien zur Verfügung. War in der Vergangenheit durch die begrenzten Ressourcen eine Notwendigkeit zur online-Klassierung gegeben, können heute große Datenmengen zum Teil über Stunden als transiente Signale aufgezeichnet werden. Die anschließende Datenreduktion durch Zählverfahren ist damit heute, neben anderen Verfahren der allgemeinen Signalanalyse, hauptsächlich ein Instrument zur Kennwertermittlung. Ein häufig verwendeter Kennwert zum Vergleich von Messungen ist die Schadenssumme. Sie ergibt sich durch eine Schadensakkumulationsrechnung gegen eine reale oder fiktive Wöhlerlinie. Wird eine fiktive Wöhlerlinie verwendet, liefert die Schadenssumme keine Aussage bezüglich der tatsächlichen Bauteilschädigung, sondern dient ausschließlich der vergleichenden Analyse von Messdaten.

Früher wurden in der Praxis mehrere Zählverfahren angewendet, wobei teilweise auch eine Mittelung von Kollektiven vorgenommen wurde, die mit verschiedenen Zählverfahren gewonnen wurden, /Lipp 67/, /Sons 07/. Heute hat sich für die Lebensdauerberechnung und die Generierung von BZFn die Rainflow-Zählung durchgesetzt.

Das Ergebnis einer Zählung ist eine Häufigkeitsverteilung oder eine Häufigkeitsmatrix. Die Häufigkeitsverteilung, d.h. das Kollektiv, zeigt in anschaulicher Weise die Größe und Häufigkeit der gemessenen Beanspruchungen. Anwendungen sind

- die Kontrolle von Messungen (Plausibilität z.B. im Hinblick auf die Extremwerte, den Mittelwert und die Häufigkeit)
- der qualitative und quantitative Vergleich von Messungen zur Beurteilung unterschiedlicher Betriebszustände (Kollektiv-Form, Schadenssumme)
- die rechnerische Lebensdauerabschätzung
- die Trennung von Beanspruchungsursachen soweit möglich, z.B. durch die Bildung von Teilkollektiven
- die Generierung von BZFn für die Durchführung von Betriebsfestigkeitsversuchen.

Grundsätzlich gibt es mehrere Möglichkeiten, Ereignisse einer kontinuierlichen BZF zu zählen:

- die Messgröße erreicht einen Umkehrpunkt (Maximum, Minimum)
- die Messgröße überstreicht einen Bereich, d.h. sie geht von einem Minimum zum nächsten Maximum und umgekehrt
- die Messgröße schließt Hysteresen in positiver und negativer Richtung
- die Messgröße kreuzt oder überschreitet einen vorgegebenen Horizont in positiver oder negativer Richtung
- die Messgröße wird für äquidistante Zeitpunkte bestimmt
- die Messgröße wird zu Zeitpunkten bestimmt, die von einer anderen Größe, z.B. Drehzahl oder Drehwinkel vorgegeben werden.

Die kennzeichnenden Größen für die Beanspruchbarkeit sind die Amplitude und der Mittelwert eines Schwingenspiels bzw. das Maximum und Minimum. Je nachdem, ob die Amplitude bzw. Klassengrenze allein gezählt wird oder das Wertepaar Amplitude und Mittelwert bzw. Maximum und Minimum, unterscheidet man ein- und zweiparametrische Zählverfahren.

Die Zählverfahren können das Kollektiv und damit das Ergebnis der rechnerischen Lebensdauerabschätzung stark beeinflussen. Je nach Art der BZF sind die Unterschiede größer oder kleiner. Die Bewertung einer BZF ist dabei stark abhängig von Mittellaständerungen. Aus Sicht der Betriebsfestigkeit ist dem Zählverfahren der Vorzug zu geben, dass die für die Lebensdauer maßgebende Schädigung am Besten erfasst. Nach heutigem Kenntnisstand ist das die Rainflow-Zählung, /Euli 94/, /Euli 97/.

## 2. Anwendungsbereich

Zur Bemessung von schwingend beanspruchten Bauteilen muss die Beanspruchung möglichst genau bekannt sein. Eine wesentliche Basis stellen dabei die im Betrieb einer Komponente oder eines Systems gemessenen Beanspruchungszeitfunktionen dar. Um die BZFn aus Betriebsbeanspruchungen in Häufigkeitsverteilungen von Amplituden (Kollektiven, Matrizen) transformieren zu können, sind Zähl- oder Klassierverfahren entwickelt worden.

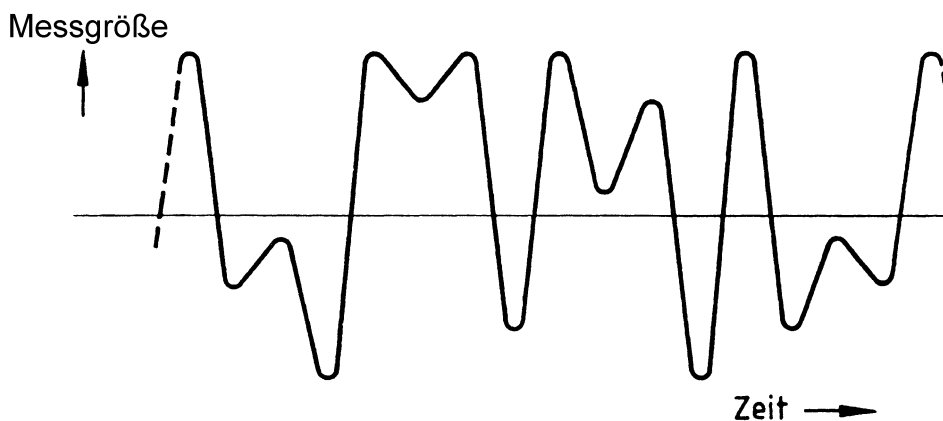
Anwendungsbereiche sind:

Auswertung von BZFn aus Betriebsmessungen zur Lastannahme und zum Kollektivvergleich. Auswertung von BZFn aus dem Versuch zum Vergleich von Ist- und Sollwert (Simulationsgüte). Auswertung von gemessenen oder künstlich generierten BZFn zum Kollektivvergleich (Vergleich der Schadenssumme) und zur Lebensdauerberechnung.

## 3. Beschreibung der Zählverfahren

### 3.1 Grundlagen

Im Folgenden werden die wichtigsten Zählverfahren beschrieben und bewertet, die im Fachgebiet Betriebsfestigkeit verwendet werden. Empfehlungen zur Anwendung werden gegeben. Zur Erläuterung wird eine Beispiel-BZF verwendet, **Bild 3.1**.



**Bild 3.1:** Beispiel-Beanspruchungszeitfunktion

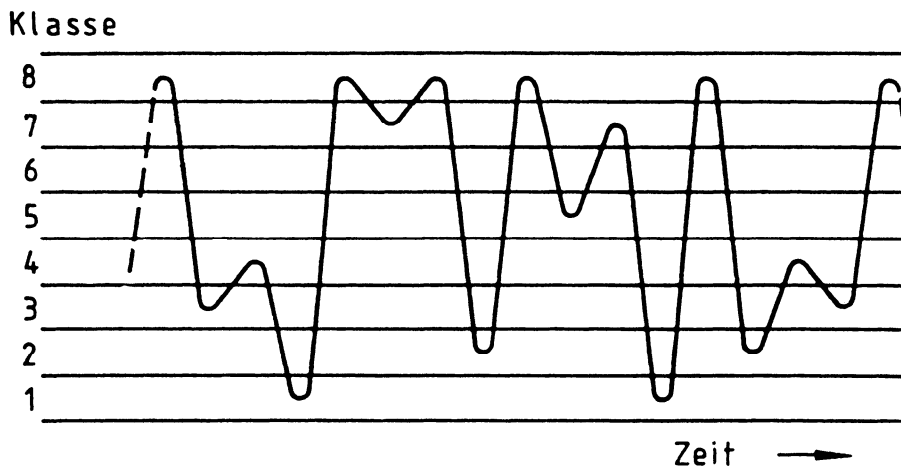
#### Klassen

Voraussetzung für eine Zählung (Klassierung) ist die Unterteilung des Messbereichs in Klassen gleicher Größe. Die Klassen sind fortlaufend in Richtung positiver Messgröße zu nummerieren. Für die Beispielzählungen werden acht Klassen gleicher Größe gewählt, **Bild 3.2**. Werte, die auf einer Klassengrenze liegen, werden in der Regel zur darüber liegenden Klasse gezählt.<sup>1</sup>

Für die folgenden Beispiele wird die Nulllinie der Messgröße auf die 4. Klassengrenze, d.h. zwischen die Klassen 4 und 5, gelegt.

<sup>1</sup> Anmerkung: Ergebnisse verschiedener Zählungen sind nur vergleichbar, wenn solche Vereinbarungen übereinstimmen.



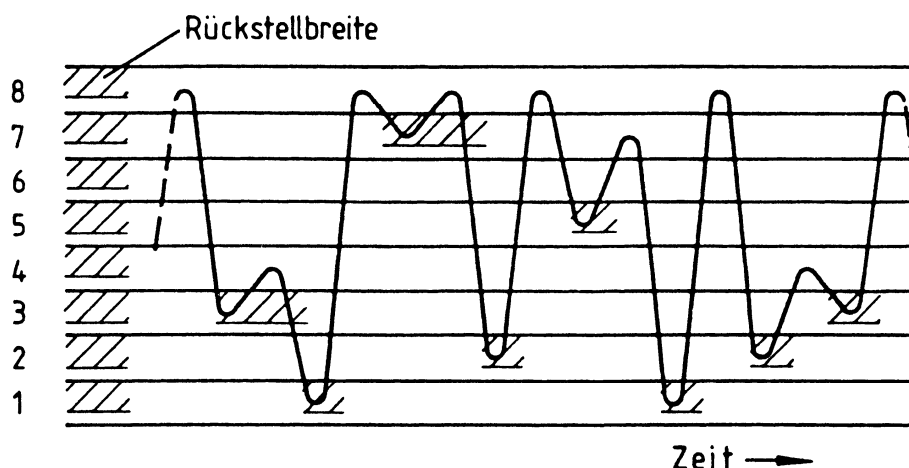


**Bild 3.2:** Klasseneinteilung für Zählungen

#### Rückstellbreite und Klassenbreite

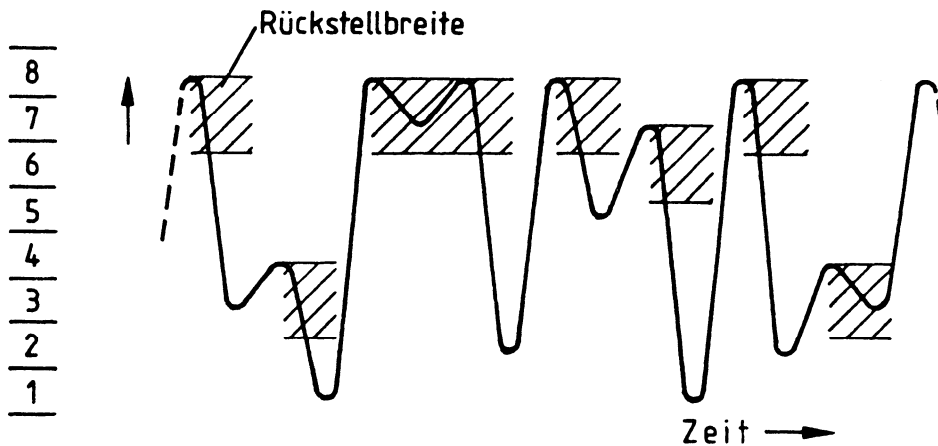
Bei allen Zählverfahren werden Schwingungen, die innerhalb einer Klasse auftreten, nicht erkannt und damit automatisch unterdrückt. Würde eine solche Schwingung mit kleiner Amplitude jedoch jeweils die anliegende Klassengrenze überschreiten, so würde eine Zählung ausgelöst. Um diese Zufälligkeiten auszuschalten, aber vor allem auch um kleine Schwingungen, die nicht zu einer Schädigung führen und vielfach vom Rauschen oder Brummen der elektronischen Messkette stammen, von vornherein herauszufiltern, wird eine Rückstellbreite, auch Hysterese genannt, eingeführt.

Mit der Rückstellbreite wird erreicht, dass eine Zählung erst dann erfolgt, wenn eine Schwingung einen festgelegten Ausschlag überschreitet. Die Rückstellbreite kann klassengrenzenorientiert oder extremwertorientiert sein, **Bilder 3.3 und 3.4**. Bei Zählverfahren, die Überschreitungen von Klassengrenzen bewerten, ist auch die Rückstellbreite fest an die Klassengrenzen gebunden, **Bild 3.3**. Wenn an einer Klassengrenze eine Zählung vorgenommen wird, kann die nächste Zählung erst stattfinden, wenn die BZF die Rückstellbreite entgegen der Zählrichtung unter- bzw. überschritten hat und dann wieder die Klassengrenze durchläuft.



**Bild 3.3:** Rückstellbreite klassengrenzenorientiert

Bei Zählverfahren, die mit Bereichen arbeiten, kann sich die Rückstellbreite an den Extremwerten orientieren, d.h. eine erneute Zählung findet erst statt, wenn der zu zählende Bereich größer als die Rückstellbreite ist, **Bild 3.4**.



**Bild 3.4:** Rückstellbreite extremwertorientiert

Bei rechnergestützter Messdatenerfassung und -auswertung bedeutet es keine Schwierigkeit, eine feine Klasseneinteilung zu wählen. Dennoch sollte auf eine sinnvolle Festlegung von Messbereich und Klassenanzahl geachtet werden. Die Wahl des Messbereiches ist auf die zu erwartende maximale Beanspruchung abzustimmen. Bei der Einteilung des Messbereiches in Klassen sollte die zu erwartende Messgenauigkeit beachtet werden. Oft werden aus historischen Gründen 64 Klassen verwendet. In der Vergangenheit arbeiteten online-Klassierverfahren je nach Stand der Technik mit 8, 16, 32 oder einem Vielfachen an Klassen. In der hier verwendeten Beispiel-BZF werden der Übersichtlichkeit wegen nur acht Klassen verwendet.

Die Rückstellbreite kann einfach auf eine oder mehrere Klassenbreiten festgelegt werden. Sie muss der BZF angepasst werden. Nach /Gude 99/ wird eine Rückstellbreite von 2,5% des Messbereiches oder kleiner empfohlen.

Die Behandlung von Zählverfahren in der Literatur ist jedoch nicht einheitlich. Einzelne Literaturstellen können deshalb von den hier wiedergegebenen Darstellungen abweichen. Wichtige Arbeiten zu Zählverfahren sind:

Schijve 1963	/Schi 63/	Schütz 1992	/Schü 92/
Buxbaum 1966	/Buxb 66/	Murakami 1992	/Mura 92/
DIN 1969	/DIN 45667/	Seeger 1996	/Seeg 96/
Kowalewski 1969	/Kowa 69/	Rice 1997	/Rice 97/
Günther 1973	/Günt 73/	Gudehus 1999	/Gude 99/
TGL 1977	/TGL 77/	Haibach 2002	/Haib 02/
De Jonge 1982	/Jong 82/	ASTM 2005	/ASTM 05/
Gaßner 1983	/Gaßn 83/	Lee 2005	/Lee 05/
Buxbaum 1986	/Buxb 86/	Schijve 2009	/Schi 09/
Potter 1989	/Pott 89/	Köhler 2010	/Köhl 10/

### 3.2 Normen

Die im Nachfolgenden beschriebenen Zählverfahren zur Klassierung von Beanspruchungszeitfunktionen sind in Normen und technischen Regelwerken festgeschrieben. Zu nennen ist hier insbesondere der ASTM Standard E 1049-90

„Standard practices for cycle counting in fatigue analysis“. Er umfasst die Klassen-grenzenüberschreitungszählung, Spitzenwertzählung, Bereichszählung, Bereichspaar-zählung sowie die Rainflow Zählung. Der französische AFNOR Standard A03-406 beschreibt einen Vierpunkt Algorithmus zur Rainflow-Zählung.

Nicht empfehlenswert ist die inzwischen veraltete DIN 45667 aus dem Jahr 1969, bei der ein Bezug zur Betriebsfestigkeit fehlt, /Buxb 86/.

### 3.3 Einparametrische Zählverfahren

#### 3.3.1 Spitzenzählung SZ

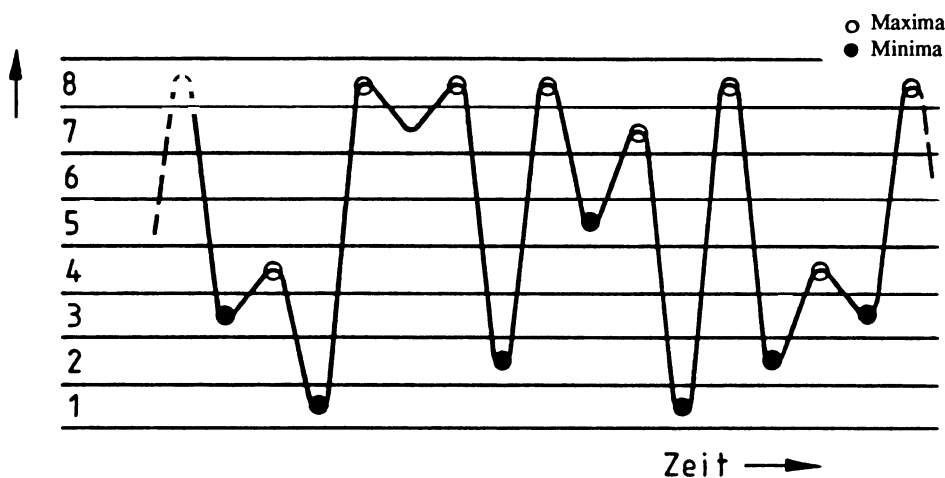
*peak counting*

##### Beschreibung des Verfahrens

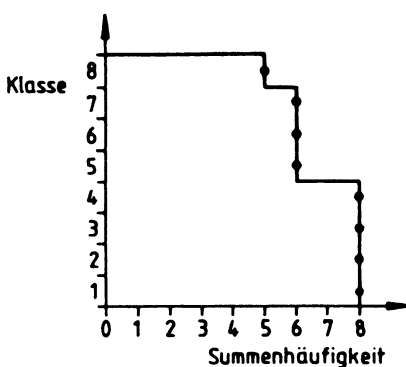
Die Spitzenzählung liefert die Häufigkeitsverteilung der Extremwerte (Umkehrpunkte) einer Beanspruchungszeitfunktion. Im Allgemeinen werden nur die Maxima gezählt. Das Kollektiv wird als Summenhäufigkeit aufgetragen.

##### Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung beginnt bei einem beliebigen Extremwert des Messsignals. Die Maxima werden in den jeweiligen Klassen gezählt, **Bild 3.5**. Das sich ergebende Beanspruchungskollektiv zeigt **Bild 3.6**.



**Bild 3.5:** BZF Spitzenzählung



**Bild 3.6:** Zählergebnis Spitzenzählung (nur Maxima)

Es gibt drei weitere Varianten dieses Verfahrens:

Variante I:

Die Minima werden gezählt. Dann ändert sich das Zählergebnis gegenüber der Zählung der Maxima, **Bild 3.6**.

Variante II:

Gezählt werden die positiven Spitzen oberhalb und die negativen unterhalb der Grundbeanspruchung (peaks and troughs counting). Die Zählung beginnt dann bei einem „Nulldurchgang“ der Beanspruchung (hier zwischen Klasse 4 und 5).

Variante III:

Gezählt werden nur Extremwerte zwischen Nulldurchgängen (mean-crossing-peak-counting), /Schi 63/.

Alle aufgeführten Varianten liefern für typische BZFn aus Betriebsmessungen verschiedene Ergebnisse.

#### Kommentar

Die im Kollektiv dargestellten Schwingbreiten sind i.A. größer als die tatsächlich in der BZF auftretenden. Für Lebensdauerberechnungen wird dieses Zählverfahren nicht empfohlen. Die SZ ist wahrscheinlich das älteste und sicherlich das einfachste Zählverfahren, /Schi 63/.

### **3.3.2 Klassengrenzenüberschreitungszählung KGÜZ**

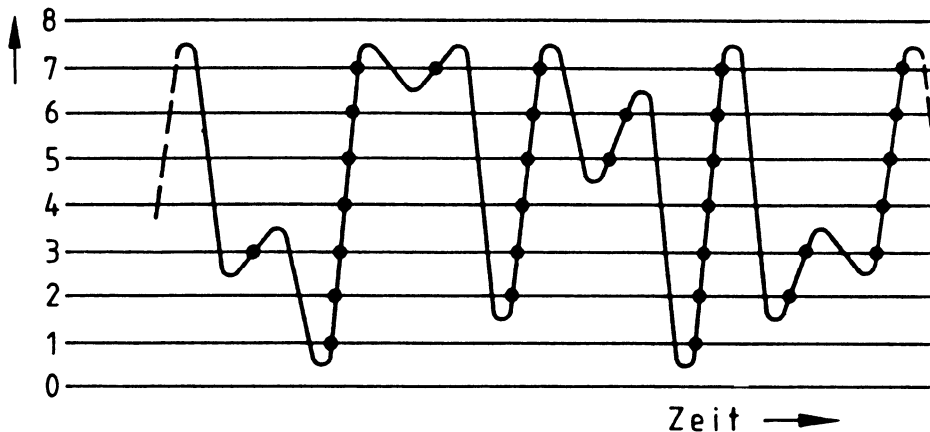
*level crossing counting*

#### Beschreibung des Verfahrens

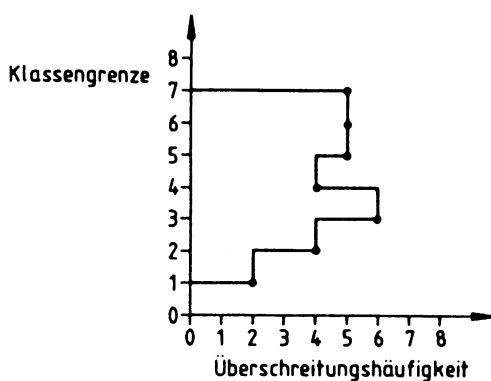
Die Zählung liefert als Ergebnis die Überschreitungshäufigkeit von Klassengrenzen. Dabei handelt es sich um Summenhäufigkeiten.

#### Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Klassengrenze Null liegt unter dem niedrigsten Messwert, **Bild 3.7**. Die Überschreitungen der Klassengrenzen werden an den positiven Flanken der BZF gezählt, **Bild 3.8**.



**Bild 3.7:** BZF Klassengrenzenüberschreitungsanzahl



**Bild 3.8:** Zählergebnis Klassengrenzenüberschreitungsanzahl

Variante I: Eine Zählung an negativen Flanken ist ebenfalls möglich.

#### Kommentar

Die KGÜZ erfasst die Absolutwerte der Messgröße, jedoch geht die Information über Amplitude und Mittelwert der einzelnen Schwingung verloren. Das Verfahren ist deshalb besonders geeignet, um sich einen schnellen Überblick über die gemessenen Maxima und Minima zu verschaffen, nicht aber über die Größe der Amplituden.

Bei einem Unregelmäßigkeitsfaktor  $I < 1$  (nicht alle Schwingspiele haben einen Mittellastdurchgang<sup>2</sup>) werden größere Schwingbreiten im Beanspruchungskollektiv ermittelt, als tatsächlich vorhanden sind. (Zur Definition des Unregelmäßigkeitsfaktors  $I$  siehe Kapitel 4.1).

Die Überschreitungshäufigkeit entspricht nur dann der Summenhäufigkeit  $H$  aller Schwingspiele, wenn mindestens eine Klassengrenze von allen Schwingspielen überschritten wird. Dies ist bei der gewählten Beispiel-BZF nicht der Fall ( $H=6$  bei 8 Schwingspielen, **Bilder 3.8 und 3.12**).

Die Anzahl der Spitzenwerte zweier benachbarter Klassen kann aus der Anzahl der Klassengrenzenüberschreitungen beider Klassengrenzen nicht abgeleitet werden /Schi 63/.

<sup>2</sup> Ist die Mittellast gleich Null, wird oft von Nulldurchgängen gesprochen.

In der Vergangenheit wurde die KGÜZ häufig für Lebensdauerabschätzungen verwendet. Dieses Verfahren ist härter als andere Verfahren, z.B. die Bereichspaarzählung, jedoch ist dies unterschiedlich je nach Art der BZF. Nach heutigem Kenntnisstand ist die KGÜZ für Lebensdauerabschätzungen ungeeignet. Vergleicht man rechnerisch und experimentell ermittelte Lebensdauern für realistische BZFn, so tritt bei Verwendung von Kollektiven der Klassengrenzenüberschreitungszählung eine signifikant größere Streuung auf, als zum Beispiel bei der Verwendung von Kollektiven der Bereichspaarzählung, /Euli 94/.

Für BZFn mit veränderlichen Mittellasten, z.B. unterschiedlichen Beladungszuständen, können jeweils Kollektive für die einzelnen Mittellasten, d.h. Teilkollektive, erstellt werden /Lipp 67/, /Schü 76/, /Fisc 80/, /Gude 99/.

Kollektive der KGÜZ sind sehr anschaulich, weil sie sowohl die Absolutwerte der Extremwerte als auch die Härte (Fülligkeit) der Beanspruchung aufzeigen. Sie eignen sich insbesondere für einen Kollektivvergleich (z.B. verschiedene Fahrstrecken, verschiedene Fahrer, verschiedene Zuladung usw.) sowie zur Kontrolle der Betriebsmessung (Sind die Maxima und Minima realistisch? Könnte eine Nullpunktsdrift vorliegen?).

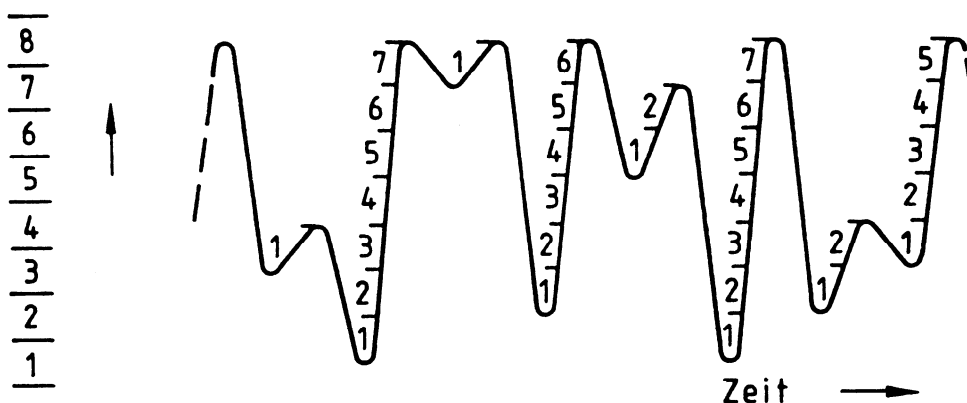
### 3.3.3 Bereichszählung BZ

*range counting*

Auch Spannenverfahren bzw. Schwingbreitenzählung genannt.

#### Beschreibung des Verfahrens

Als Bereiche werden die Differenzen von zwei aufeinanderfolgenden Extremwerten (Umkehrpunkten) des Signals gezählt. Das Zählergebnis wird als Summenhäufigkeit dargestellt, **Bild 3.10**.

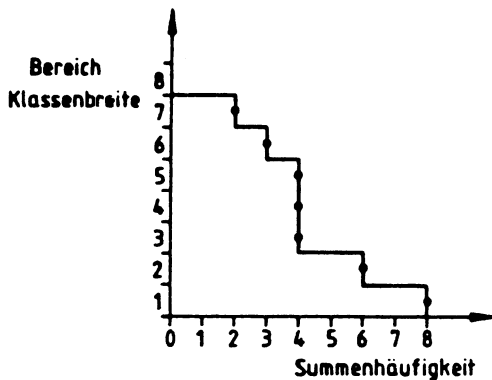


**Bild 3.9:** BZF Bereichszählung

#### Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung erfolgt an den positiven Flanken, **Bild 3.9**.

Die Größe des Bereiches wird in Klassenbreiten gemessen. Da die Bereichsgröße vom vorhergehenden Extremwert (hier: Minimum) bestimmt wird, entstehen variable Klassengrenzen.



**Bild 3.10:** Zählergebnis Bereichszählung

Variante I: Auch eine Zählung an den negativen Flanken ist möglich.

#### Kommentar

Die BZ führt zu unterschiedlichen Ergebnissen je nachdem ob positive oder negative Flanken gezählt werden. Die Höhe der Extremwerte geht verloren.

Die BZ ergibt ein zu schmales Beanspruchungskollektiv, da alle Bereiche auf ein fiktives Niveau bezogen werden. Das Verfahren wird nicht empfohlen, weder für einen Kollektivvergleich noch für eine Lebensdauerabschätzung.

### 3.3.4 Bereichspaarzählung BPZ *range pair counting*

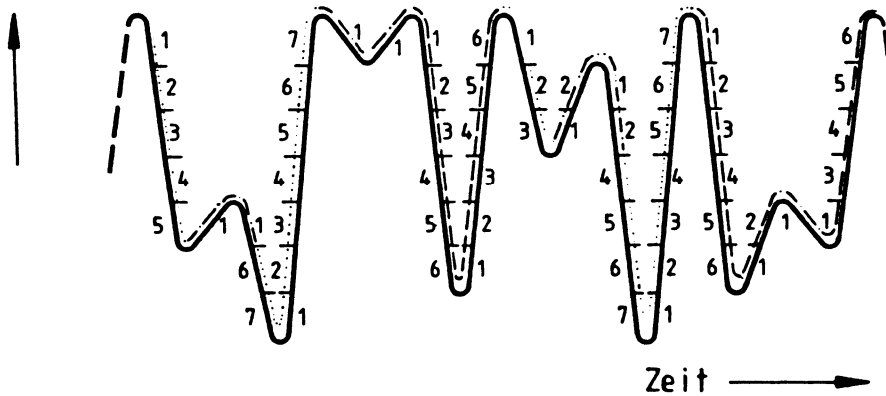
#### Beschreibung des Verfahrens

Mit der BPZ wird die Häufigkeit von Schwingbreiten ermittelt. Ein Bereichspaar besteht aus einer positiven und einer negativen Flanke gleicher Größe und Mittelspannung. Die zueinander passenden Flanken können je nach dem Verlauf der BZF direkt nacheinander oder auch in größeren Abständen auftreten. Damit handelt es sich um eine nichtsequentielle Zählung. Das Zählergebnis wird als Summenhäufigkeitskurve dargestellt, **Bild 3.12**.

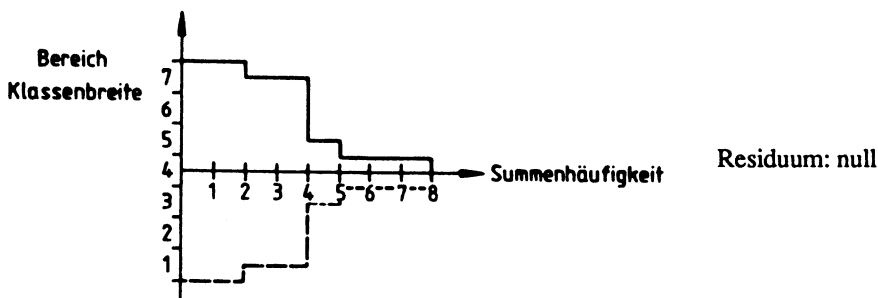
#### Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung beginnt bei einem beliebigen Minimum oder Maximum des Signals. Die folgende an- bzw. absteigende Flanke des Signals wird in Klassen unterteilt und durchnummeriert. Das nächste Maximum bzw. Minimum ist der neue Zählnullpunkt. Bereiche gleicher Größe und Mittelspannung auf der positiven und negativen Flanke werden zu einem Bereichspaar zusammengefasst, **Bild 3.11**.

Wenn ein Bereichspaar nicht sofort geschlossen werden kann, wird die eine Flanke „gespeichert“, bis die passende Gegenflanke auftritt. Bereiche, die nicht zu Bereichspaaren zusammengefasst werden, bilden das Residuum.



**Bild 3.11:** BZF Bereichspaarzählung



**Bild 3.12:** Zählergebnis Bereichspaarzählung

Kommentar

Das Kollektiv nach der BPZ wird häufig zur Lebensdauerabschätzung verwendet, da die BPZ die Amplituden und deren Häufigkeit als wichtigste Schädigungsgröße richtig erfasst. Da ausschließlich Schwingbreiten gezählt werden, geht jedoch der Absolutwert der Signale (Maximum, Minimum, Mittelwert) verloren.

Wie später gezeigt wird, unterscheidet sich die BPZ von der Rainflow-Zählung dadurch, dass bei letzterer nicht nur ein Bereichspaar (Doppelamplitude bzw. Schwingbreite) gezählt wird, sondern als Lage-Parameter der Mittelwert hinzukommt. Statt dem Mittelwert und der Schwingbreite können auch das Maximum und das Minimum des Schwingspiels angegeben werden.

Zur Lebensdauerberechnung wird die Rainflow-Matrix oft in ein BPZ-Kollektiv transformiert, wobei es zwei Möglichkeiten gibt:

- Vernachlässigung der Mittelspannungen, vergl. Abschnitt 4 „Ableitung von Kollektiven aus Matrizen“
- Amplitudentransformation zur Bewertung des Einflusses von Mittelspannungen /Haib 02/.

Die Vernachlässigung der Mittelspannung kann bei BZFn mit großen Mittellaständerungen zu Fehlinterpretationen führen.



Hinweis

Die BPZ wird fehlerhaft angewendet, wenn Schwingbreiten (Flanken) mit unterschiedlichen Mittelspannungen zusammengefügt werden.

Entwicklung

B.J. Lambie /Lamb 55/

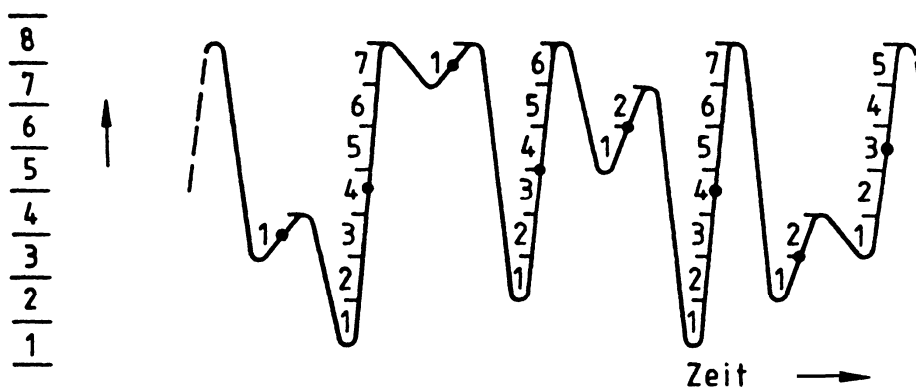
**3.4 Zweiparametrische Zählverfahren**

**3.4.1 Bereichs-Mittelwert-Zählung BMZ**

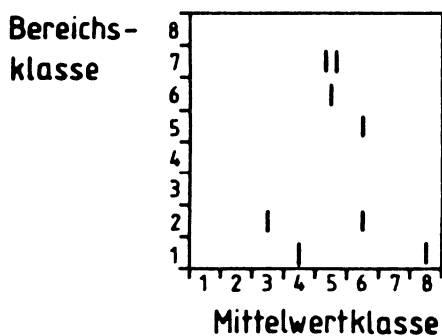
*range mean counting*

Beschreibung des Verfahrens

In Erweiterung des einparametrischen Bereichsverfahrens wird der jeweilige Mittelwert mitgezählt, **Bild 3.13**. Das Zählergebnis ist eine Häufigkeitsmatrix für Bereiche und Mittelwerte, **Bild 3.14**. Diese Häufigkeitsmatrix kann in die Form „Startklasse – Zielklasse“ umgeformt werden (s. Übergangsmatrix).



**Bild 3.13:** BZF Bereichs-Mittelwert-Zählung



**Bild 3.14:** Zählergebnis Bereichs-Mittelwert-Zählung

### Beschreibung des Zählalgorithmus

Der Zählalgorithmus ist identisch zur Bereichszählung, zusätzlich wird die Mittellast zu jedem Bereich aufgezeichnet.

### Kommentar

Die BMZ ist nicht mehr gebräuchlich.

### Entwicklung

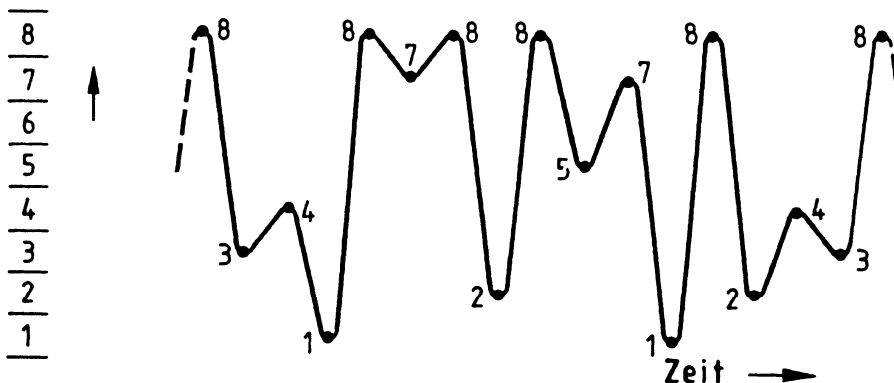
A.Teichmann /Teic 41/

## 3.4.2 Von-Bis-Zählung

Die Von-Bis-Zählung erfolgt in eine Übergangsmatrix ÜM, auch Von-Bis-Matrix, Transitionsmatrix, Korrelationsmatrix oder Markov-Matrix genannt.<sup>3</sup>

### Beschreibung des Verfahrens

Die positiven und negativen Flanken werden in ihrer Aufeinanderfolge, **Bild 3.15**, in einer Matrix abgelegt.

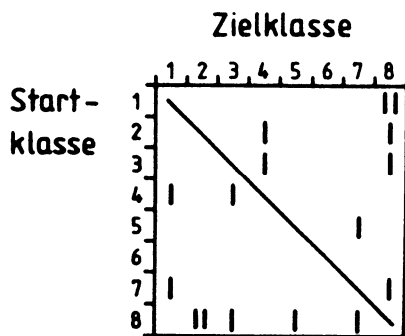


**Bild 3.15:** BZF Übergangsmatrix

### Beschreibung des Zählalgorithmus

Von einem Extremwert aus wird die Zählung begonnen. Für die zu zählende Flanke wird der Startwert und Zielwert in den entsprechenden Klassen in die Ergebnismatrix eingetragen. Ansteigende (positive) Flanken finden sich dabei oberhalb der Diagonalen, absteigende unterhalb. Die Diagonale ist definitionsgemäß nicht besetzt, **Bild 3.16**.

<sup>3</sup> Eine Markov-Matrix ist eine ÜM einer Markov'schen Folge von Umkehrpunkten.



**Bild 3.16:** Zählergebnis Übergangsmatrix

ÜMn sind aus der Stochastik für die Darstellung der Übergangswahrscheinlichkeiten Markov'scher Ketten bekannt.

#### Kommentar

Die Übergangsmatrix zeigt bei etwas Erfahrung in übersichtlicher Weise wesentliche Inhalte der BZF. Die kleinsten Flanken (Halbschwingspiele) liegen an der Diagonalen, die größten sind senkrecht zur Diagonalen am weitesten entfernt. Mittelwertänderungen führen zu einer Verschiebung in Richtung der Diagonale. Die Unregelmäßigkeit einer

BZF wird unmittelbar sichtbar, vgl. ÜM für  $I = 0,99$  und  $I = 0,7$  in Abschnitt 5 „Vergleich von Zählverfahren“.

Die Von-Bis-Zählung in eine ÜM hatte bei ihrer Erstveröffentlichung große Erwartungen geweckt, da sie sehr einfach und transparent ist. Die Tatsache, dass die Von-Bis-Zählung als sequentielles Zählverfahren nicht in der Lage ist, bei überlagerten Schwingungen eine langsamere Grundschwingung zu erkennen, hat sich für die Lebensdauerabschätzung als deutlicher Nachteil erwiesen. Für eine überlagerte Sinus-Sinusschwingung wird dies im Kapitel 5.4 im Vergleich mit der RFZ gezeigt, vgl. Bild 5.8 und Bild 5.9. Die Amplitude des nicht gezählten Schwingspiels 1-8-1 ist wesentlich größer als die der gezählten Schwingspiele. Die Von-Bis-Zählung wird deshalb nicht mehr zur Lebensdauerabschätzung empfohlen.

Die einparametrischen Zählergebnisse, ausgenommen die für die BPZ, können der ÜM entnommen werden, ebenso der Unregelmäßigkeitsfaktor.

#### Entwicklung

Aicher	/Aich 73/	Fischer	/Fisc 74/
Günther	/Günt 73/	Krüger	/Krüg 85-I/, /Krüg 85-II/
Hück	/Hück 76/		

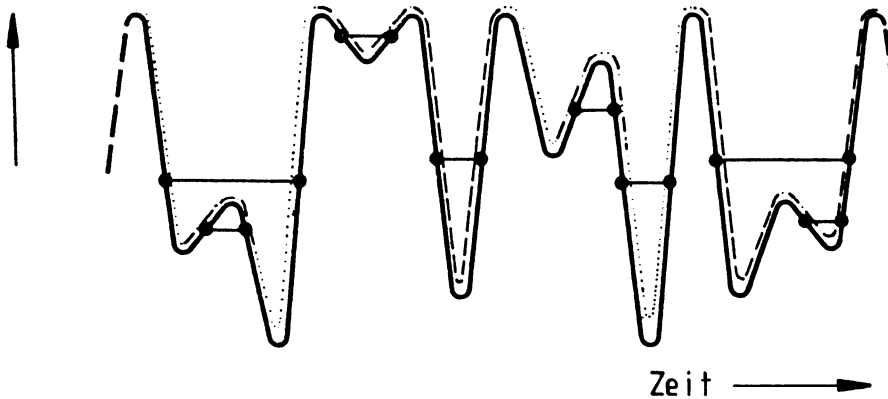
### 3.4.3 Bereichspaar-Mittelwert-Zählung BPMZ

*range pair mean counting (range pair range counting)*

#### Beschreibung des Verfahrens

Dieses Zählverfahren entspricht der Bereichspaarzählung, jedoch wird der Mittelwert mit registriert. Die positiven und negativen Flanken gleicher Größe werden als Bereichspaar und damit als Schwingspiel gezählt. Diese beiden Flanken besitzen den gleichen

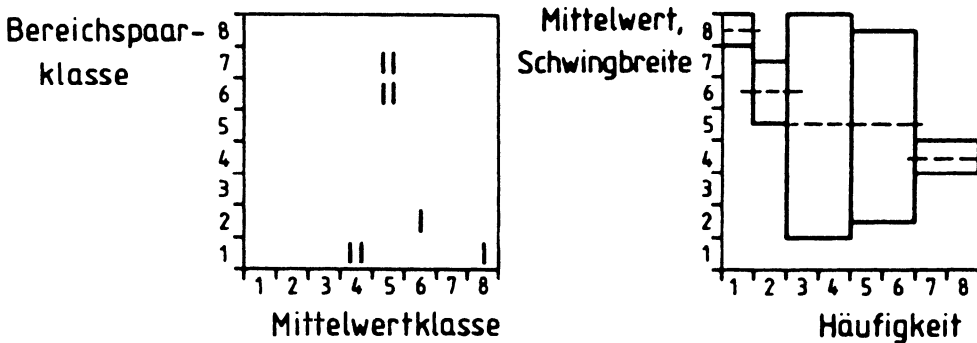
Mittelwert, **Bild 3.17**. Das Zählergebnis wird in einer Matrix abgelegt, in der die Anzahl der Bereichspaare und die Klasse, in die die Mittelwerte fallen, aufgetragen werden. Es kann auch als Summenhäufigkeitskurve, jeweils getrennt für die einzelnen Mittellasten, dargestellt werden, **Bild 3.18**. Ohne Berücksichtigung der Mittellast ergibt sich das gleiche Zählergebnis wie für die Bereichspaarzählung. In der Häufigkeitsverteilung sind die Schwingbreiten in der Reihenfolge abnehmender Mittelwerte aufgetragen, vergleiche **Bild 3.18**.



**Bild 3.17:** BZF Bereichspaar Mittelwert-Zählung

Beschreibung des Zählalgorithmus:

Der Zählalgorithmus entspricht dem der Bereichspaarzählung, wobei zusätzlich die Mittellast zu jedem Bereich aufgezeichnet wird.



**Bild 3.18:** Zählergebnis Bereichspaar-Mittelwert-Zählung, Matrix und Häufigkeitsverteilung

Kommentar

Die BPMZ kann für eine Lebensdauerabschätzung verwendet werden. Sie führt zu gleichen Zählergebnissen wie die Rainflowzählung RFZ /Jong 82/, bzw. zu nahezu identischen /Clor 85/. Es kann davon ausgegangen werden, dass beide Zählverfahren unabhängig voneinander entstanden sind. Der Name „range pair range“ wurde von van Dijk eingeführt.

Entwicklung

Die BPMZ wurde von de Jonge auf einem AGARD-Meeting 1969 vorgestellt.

De Jonge /Jong 69/

De Jonge /Jong 70/

Dijk van /Dijk 72/

De Jonge /Jong 82/

Clormann /Clor 85/

**3.4.4 Rainflow-Zählung RFZ**

*rain flow counting*

Beschreibung des Verfahrens

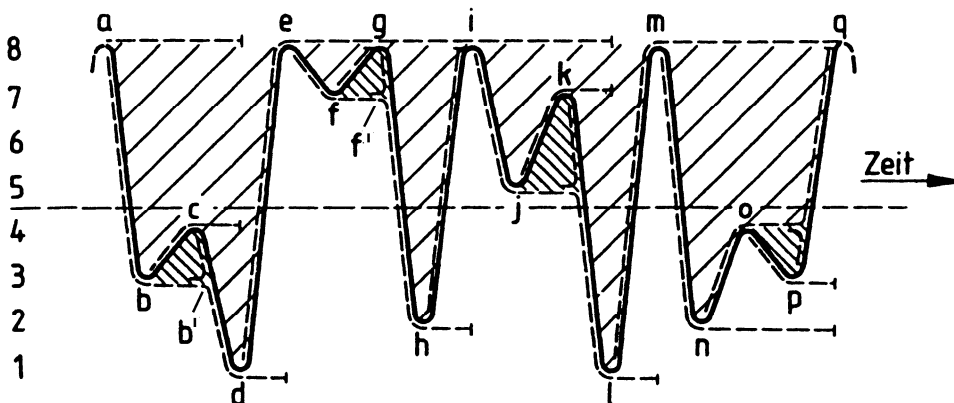
Die Extrema werden nicht sequentiell wie bei der Übergangsmatrix gezählt, sondern der Algorithmus ist so gewählt, dass jeweils geschlossene Hysteresen erfasst werden. Nichtgeschlossene Hysteresen werden als Residuum abgelegt. RF-Zählergebnisse werden in Matrizen eingetragen.

Beschreibung des Zählalgorithmus

Für die Rainflow-Zählung existieren verschiedene Algorithmen. Die ursprünglich gewählte Form des „Regenfließens“ ist in **Bild 3.19** dargestellt /Mats 68/, wobei man sich die Zeitachse um 90° im Uhrzeigersinn gedreht vorzustellen hat. Über die Flanken fließt Regen, der von einem Dach zum nächsten tropft. Es gelten folgende Bedingungen:

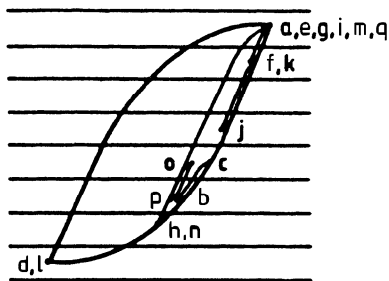
Der Regen fällt von Umkehrpunkten (links und rechts der vertikalen Zeitachse) nach unten, z.B. von b auf die Gerade c-d oder von f auf die Gerade g-h. Halbzyklen werden gezählt, wenn das Wasser abwärts fließt und einen neuen Umkehrpunkt erreicht (z.B. Schwingbreite a-b, b-c bzw. f-g) oder wenn das Wasser den Auftreffpunkt des Wassers erreicht, dass von einem darüber liegenden Umkehrpunkt fällt (beispielhaft dargestellt für Schwingbreite c-b' und g-f').

Vollzyklen werden aus zwei Halbzyklen derselben Schwingbreite und derselben Lage (Maximum, Minimum) gebildet, z.B. die schraffierten Flächen a-d-e, b-c-b', f-g-f', e-h-i.



**Bild 3.19:** BZF-Rainflow

Leider verdeckt diese Beschreibung die Tatsache, dass der Erfolg des Rainflow-Zählverfahrens in der werkstoffmechanischen Analogie begründet ist. Zur besseren Veranschaulichung eignet sich die Betrachtung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs nach dem Örtlichen Konzept /Berg 85/. Wie **Bild 3.20** zeigt, ergeben sich für die Beispiel-BZF stehende Spannungs-Dehnungs-Hysteresen (Gegensatz: hängende), die innerhalb der durch die maximalen Extremwerte gebildeten Hysteresen liegen.

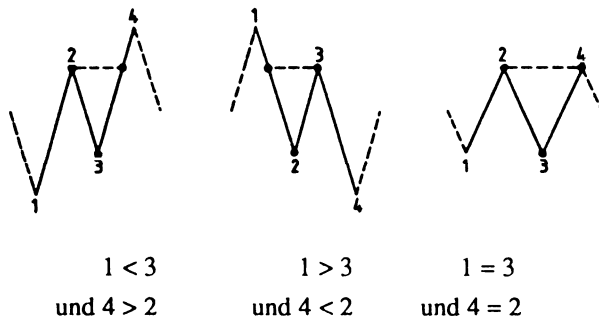


**Geschlossene Hysteresen:**

- a - d - e
- b - c - b
- e - f - g
- g - h - i
- i - l - m
- j - k - j
- m - n - q
- o - p - o

**Bild 3.20:** Geschlossene Hysteresen für die Beispiel-BZF

Zur Erkennung geschlossener Hysteresen wurden in der Vergangenheit verschiedene Algorithmen vorgeschlagen, /Lang 82/, /Down 82/, /Böhm 82/, /Heul 84/, /Clor 85/, /Glin 87/, /Perr 87/. In der Regel wird dabei zwischen so genannten Drei- und Vier-Punkt-Algorithmen unterschieden. Das heißt, es werden jeweils drei bzw. vier aufeinander folgende Extremwerte bezüglich der Bildung geschlossener Hysteresen untersucht, **Bild 3.21**.



**Bild 3.21:** Logik des Vierpunktalgorithmus zur Erkennung geschlossener Hysteresen

Die verschiedenen Algorithmen unterscheiden sich in der Behandlung von Residuen. Ein weiterer Unterschied liegt darin, wie Anfangs- und Endzustände des Zeitsignals bewertet werden und wie die Reihenfolge der Extrema das Zählergebnis beeinflusst. Weitere Unterschiede ergeben sich daraus, ob die Algorithmen die Lage des vor der Zählung auftretenden Extremwertes festlegen oder offenlassen. Das bedeutet, dass Umkehrpunkte verschiedenen Zyklen zugeordnet werden könnten. Vierpunkt-Algorithmen sind Dreipunkt-Algorithmen vorzuziehen. Eine Bewertung von Algorithmen ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Letztlich ist auch die Frage der Umsetzbarkeit in den Programm-Code z.B. für die Echtzeitverarbeitung bei der Online-Klassierung ein Unterscheidungskriterium. Clormann und Seeger beschreiben einen Algorithmus, der die wesentlichen Mechanismen des elastisch-plastischen Werkstoffverhaltens (Masing- und Memory-Verhalten) berücksichtigt /Clor 85/.

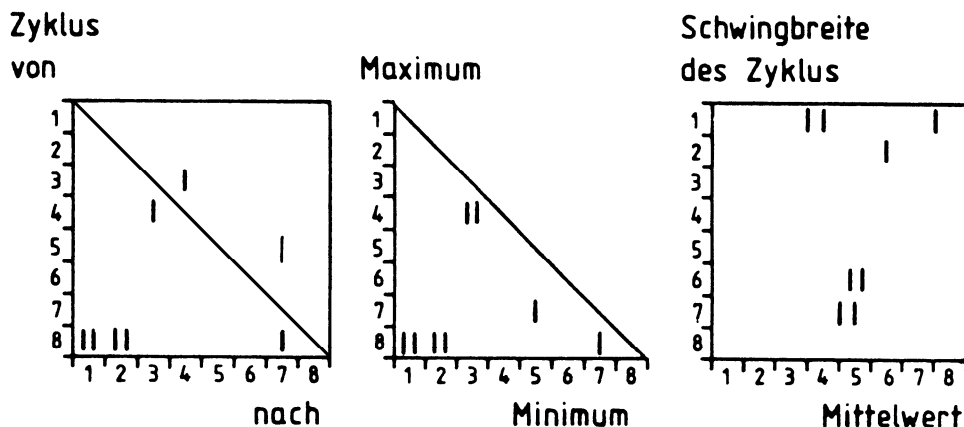
Einschränkung

Aufgrund der genannten Einflüsse kann es mit den verschiedenen Algorithmen zu Zählergebnissen kommen, die von dem in **Bild 3.20** gezeigten Ergebnis abweichen.

Kommentar

Das Rainflow Zählergebnis kann auf verschiedene Weise in Matrizen abgelegt werden, **Bild 3.22**:

- Vollmatrix, in der die Zyklen mit ihren Maxima und Minima der Auftretensrichtung entsprechend eingetragen werden
- Halbmatrix, die Zyklen werden mit ihren Maxima und Minima angegeben. Die Information, in welcher Richtung der Zyklus durchlaufen wurde, geht verloren und damit, ob es sich um stehende oder hängende Hysteresen handelt
- Vollmatrix, in der die Zyklen mit ihren Schwingbreiten und Mittelspannungen gespeichert werden. Diese Auftragsart entspricht der Bereichspaar-Mittelwert-Zählung. Ohne Mittelwerte entspricht dies dem Ergebnis der Bereichspaarzählung.



**Bild 3.22:** Zählergebnis Rainflow, drei verschiedene Matrizendarstellungen

Die Rainflow-Zählung bzw. die Bereichspaar-Mittelwert-Zählung wird heute als das Zählverfahren angesehen, mit dem der Schädigungsinhalt einer BZF am besten erfasst wird. Analog zum Örtlichen Konzept werden geschlossene Hysteresen betrachtet. Die von einer Hysterese eingeschlossene Fläche im Spannungs-Dehnungs-Diagramm kann als Energie interpretiert werden, die von einem Werkstoffelement während eines Schwingspiels aufgenommen wird. Energie ist notwendig für die plastische Verformung und für die Bildung neuer Oberflächen (Risse). Der Schädigungsprozeß bei Ermüdung metallischer Werkstoffe kann mit Energieaufnahme in Verbindung gebracht werden. Damit sind die RFZ und die BPMZ die einzigen Zählverfahren mit einem physikalischen Hintergrund.

Die Rainflow-Matrix ist geeignet, in einfacher Weise Manipulationen wie Amplitudenunterdrückung (Omission) oder das Abschneiden von hohen Beanspruchungen (Truncation) durchzuführen. Omission wird zum Beispiel dazu verwendet, nicht schädigende Schwingspiele kleiner Amplituden zu entfernen.

Durch die Ablage der Zyklen nach Schwingbreite und Mittelwert bietet die RFZ die Möglichkeit, bei der Lebensdauerberechnung den Einfluss der Mittelspannung auf die Schädigung zu berücksichtigen. Die so genannte Amplitudentransformation transformiert alle Zyklen einer RFZ-Matrix in schädigungsäquivalente Zyklen gleicher Mittelspannung bzw. gleichen Spannungsverhältnisses /Haib 02/. Grundlage hierzu ist das Haigh-Diagramm.

Einparametrische Zählverfahren wie Bereichspaarzählung, Klassengrenzenüberschreitungszählung, Spitzenzählung und der Unregelmäßigkeitsfaktor können aus der RF-Matrix abgeleitet werden. Die Rainflow-Zählung ist nicht an das zyklische elastisch-plastische Werkstoffverhalten gebunden, sondern kann ebenso bei BZFn für Kräfte, Momente, Nennspannungen usw. verwendet werden.

Mit der Differenzierung in stehende und hängende Hysteresen kann eine Reihenfolgeinformation insofern erfasst werden, als für ein kleineres Zwischenspiel unterschieden wird, ob es vor oder nach Auftreten eines größeren Extremwertes auftritt /Berg 85/.

Die hier verwendete Beispiel-BZF liefert nur geschlossene Zyklen. Bleiben Halbzyklen übrig, spricht man vom sog. Residuum. Das größtmögliche Residuum für eine beliebig lange BZF beträgt maximal eine auf- oder abklingende Folge von Halbzyklen. Bei kurzen BZFn kann es passieren, dass im Hinblick auf die Lebensdauer wichtige Beanspruchungen als Residuum abgelegt werden, wenn sich die Hysteresen nicht schließen. So besitzt z.B. eine gedämpfte Schwingung keine einzige geschlossene Hysterese, vgl. „Walzstichbeanspruchung“ Kapitel 5.4. In diesem Fall muss das Residuum bei der Lebensdauerabschätzung berücksichtigt werden.

Bei BZFn mit einer großen Anzahl von Schwingspielen (geschlossene Hysteresen), z.B. N 100.000, kann das Residuum bei der Lebensdauerberechnung in der Regel vernachlässigt werden. Bei kurzen BZFn sollte versucht werden, den Schädigungsinhalt des Residuums abzuschätzen, z.B. indem man für eine Flanke den halben Schädigungsbetrag der vollen Hysterese annimmt bzw. die Zeitfolge ein zweites Mal zählt und so die Residuen auflöst. Bei der anschließenden Lebensdauerberechnung ist dies zu berücksichtigen.

### Entwicklung

Die Rainflow-Zählung wurde 1968 von Matsuishi und Endo in einer japanischen Publikation vorgeschlagen /Mats 68/. In der Literatur wird auch der Namen Pagodendach- und Regenfluss-Verfahren verwendet. 1972 erschien das Verfahren in einer englischsprachigen Zeitschrift /Dowl 72/. Seither sind zahlreiche Veröffentlichungen erschienen, in denen vor allem neue RFZ-Algorithmen vorgeschlagen wurden, die zu wesentlichen Vereinfachungen geführt haben.

Matsuishi	/Mats 68/	Perrett	/Perr 87/
Dowling	/Dowl 72/	Rychlik	/Rych 87/
Endo	/Endo 74/	Murakami	/Mura 92/
Nowack	/Nowa 76/	Beste	/Best 92/
De Jonge	/Jong 82/	Dressler	/Dres 93/
Seeger	/Clor 85/	Amzallag	/Amza 94/
Krüger	/Krüg 85-I/, /Krüg 85-II/	Schijve	/Schi 09/



#### 4. Ableitung von Kollektiven aus Matrizen

Die Ergebnisse einparametrischer Zählverfahren können in der Regel aus zweiparametrischen Zählverfahren abgeleitet werden.

##### 4.1 Übergangsmatrix ÜM

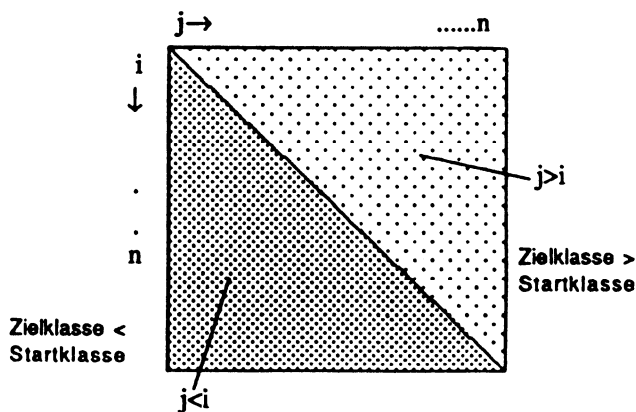
Gegeben sei die von Kapitel 3.4.2 bekannte Übergangsmatrix, **Bild 4.1**.

Start- klasse	Zielklasse							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

**Bild 4.1:** Übergangsmatrix für die Beispiel-BZF

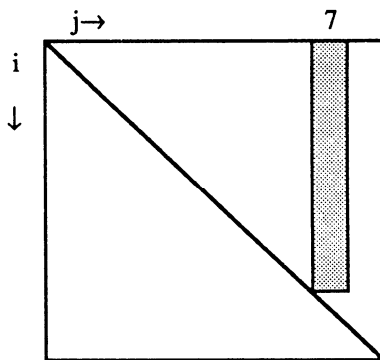
Oberhalb der Diagonalen sind die positiven Flanken der BZF eingetragen, bei denen die Zielklasse größer als die Startklasse ist. Unterhalb der Diagonalen sind die negativen Flanken der BZF eingetragen, bei denen die Zielklasse kleiner als die Startklasse ist,

**Bild 4.2.**



**Bild 4.2:** Übergangsmatrix mit Bereichen für positive und negative Flanken

Die Spitzenwerte pro Klasse lassen sich wie folgt ablesen, **Bild 4.3**:



**Bild 4.3:** Übergangsmatrix mit Bereich für Anzahl der Spitzen in Klasse 7

Die schraffierte Fläche enthält die Häufigkeit der in Klasse 7 auftretenden Maxima.

	$\Sigma h$	2	1	5				
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

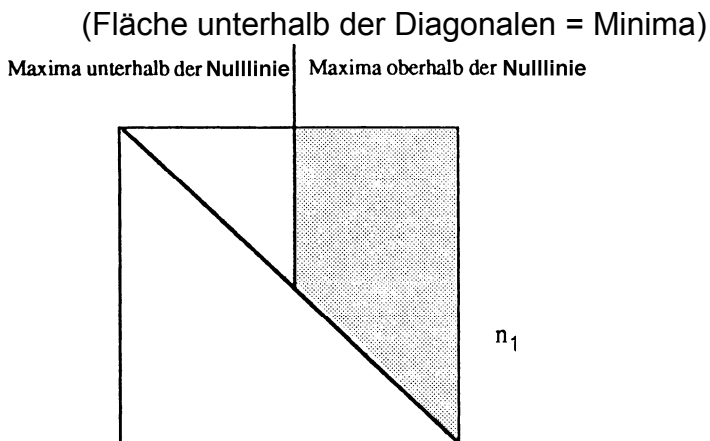
**Bild 4.4:** Übergangsmatrix mit Bereichen für positive Flanken

Als Ergebnis zeigen sich die gleichen Werte, die die einparametrische Spitzenzählung ergab, **Bild 4.4**. Für Minima gilt Entsprechendes, **Bild 4.5**.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
$\Sigma h$	2	2	2		1		1	

**Bild 4.5:** Übergangsmatrix mit Bereichen für negative Flanken

Die schraffierte Fläche enthält die Gesamtzahl der ausgewerteten Maxima der BZF, **Bild 4.6**.

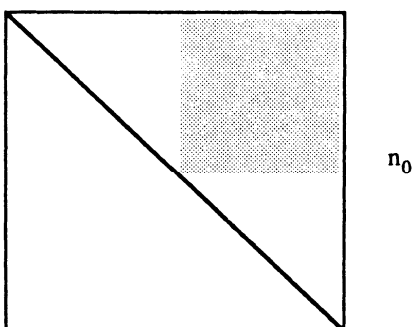


**Bild 4.6:** Übergangsmatrix mit Bereich für Maxima (ober- und unterhalb der Nulllinie)

### Unregelmäßigkeitsfaktor

$I$  kennzeichnet den Unregelmäßigkeitsfaktor, (engl. Irregularity Factor). Dabei ist zu beachten, dass ein Unregelmäßigkeitsfaktor von  $I = 1$  eine regelmäßige Lastfolge, d.h. ohne Mittellastchwankungen, bezeichnet.  $I$  kennzeichnet also genau genommen die Regelmäßigkeit einer Lastfolge.

Im Hinblick auf die Anwendung von Zählverfahren wird der Unregelmäßigkeitsfaktor  $I$  einer BZF häufig als wichtiges Kriterium angesehen. Er ist definiert als das Verhältnis der Zahl der einsinnigen Mittellastdurchgänge  $n_0$  zu der Zahl der Maxima  $n_1$ . Aus der Anzahl der Mittellastdurchgänge in positiver Richtung  $n_0$  (schraffierte Fläche) lässt sich der Unregelmäßigkeitsfaktor  $I = n_0 / n_1$  bestimmen, **Bild 4.7**.



**Bild 4.7:** Übergangsmatrix mit Mittellastdurchgängen in positiver Richtung

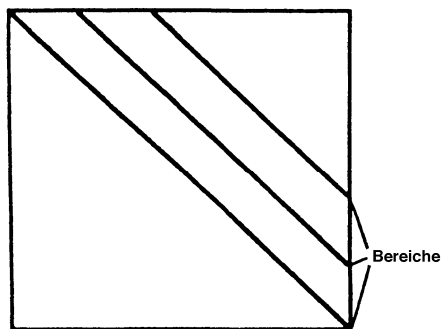
Für die Beispiel-BZF ergibt sich  $I = 4/6 = 0,67$ , **Bild 4.8**.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

**Bild 4.8:** Übergangsmatrix mit Unregelmäßigkeitsfaktor I für die Beispiel-BZF

Für die Minima gilt der analoge Weg.

Auf Diagonalen parallel zur Hauptdiagonalen liegen Flanken gleicher Schwingbreite. Auf diese Art lässt sich das Ergebnis der **Bereichszählung** entnehmen, **Bild 4.9**.



**Bild 4.9:** Übergangsmatrix mit Bereichen gleicher Größe

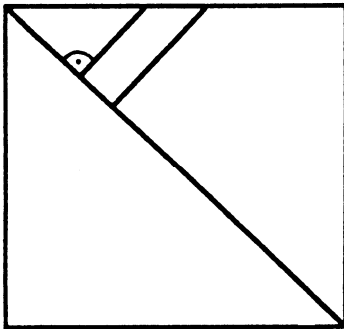
Die Ergebnisse für die Beispiel-BZF entsprechen denen der einparametrischen Bereichszählung, **Bild 4.10**, vergleiche Kapitel 3.3.3.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

7 ||  
 6 |  
 5 |  
 4  
 3  
 2 ||  
 1 ||

**Bild 4.10:** Übergangsmatrix mit Bereichen gleicher Größe

Ebenso lässt sich das Vorgehen bei der **Bereichs-Mittelwert-Zählung** durchführen, **Bilder 4.11 und 4.12**.



**Bild 4.11:** Übergangsmatrix mit Hauptdiagonalen und Linien gleicher Mittelwerte

Senkrecht zur Hauptdiagonalen stehen die Linien gleicher Mittelwerte.

	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1		/		/		/		5
2		2		/		/		/	6
3			3		/		/		7
4				4		/		/	8
5					5		/		
6						6		/	
7							7		
8								8	

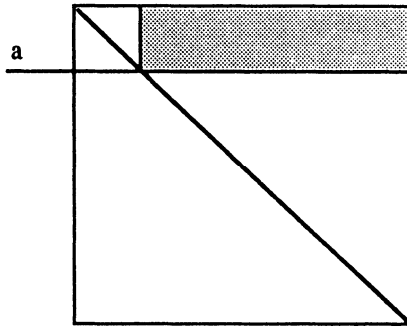
**Bild 4.12:** Übergangsmatrix mit Linien gleicher Mittelwerte

Das Ergebnis ist die aus Kapitel 2.4.1 bekannte Matrix, **Bild 4.13**.



**Bild 4.13:** Ergebnismatrix für die Bereichs-Mittelwert-Zählung

Für den negativen Bereich lässt sich das Gleiche unterhalb der Hauptdiagonalen zeigen. Für die vorliegende Matrix enthält die in **Bild 4.14** gekennzeichnete Fläche die Überschreitungen der Klassengrenze a.



**Bild 4.14:** Übergangsmatrix mit einer Klassengrenze

Für die Beispiel-BZF ergeben sich die Summenhäufigkeiten der Überschreitungen entsprechend **Bild 4.15**.

	> 1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

**Bild 4.15:** Übergangsmatrix mit dem Ergebnis der Klassengrenzenüberschreitungszählung

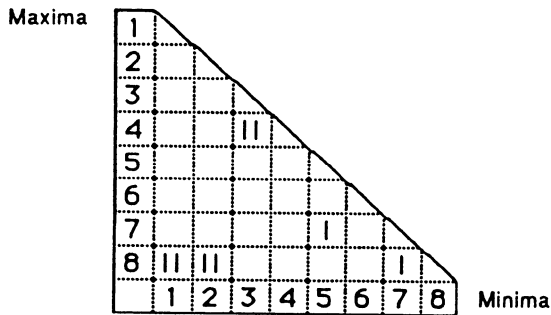
Vergleiche hierzu das Zählergebnis der **Klassengrenzenüberschreitungszählung**, siehe Bild 3.8 Kapitel 3.3.2.

Zusammenfassung:

Aus der Übergangsmatrix lassen sich neben dem Unregelmäßigkeitsfaktor die Bereichszählung, Bereichsmittelwertzählung und Klassengrenzenüberschreitungszählung ableiten, nicht jedoch die Bereichspaarzählung.

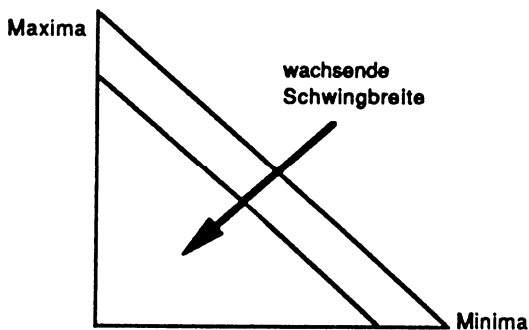
**4.2 Rainflowmatrix**

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich aus Gründen der Übersichtlichkeit auf Rainflow-Halbmatrizen, für unsymmetrische Vollmatrizen gilt Entsprechendes. Als Beispiel wird die Ergebnismatrix von Kapitel 3.4.4 benutzt, **Bild 4.16**. Eingetragen ist jeweils die Anzahl vollständiger Schwingspiele zwischen den Minimal- und Maximalwerten.



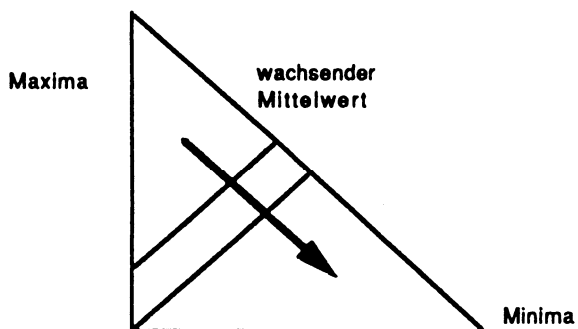
**Bild 4.16:** Rainflow-Matrix für die Beispiel-BZF

Parallel zur Diagonalen liegen Linien von Zyklen gleicher Schwingbreite. Die Schwingbreite nimmt in Pfeilrichtung zu, **Bild 4.17**.



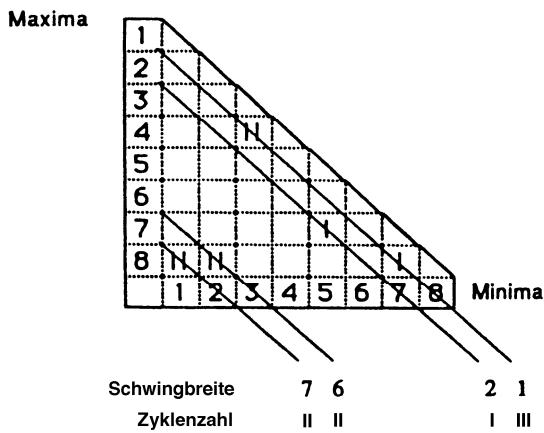
**Bild 4.17:** Rainflow-Matrix mit schematischer Darstellung der wachsenden Schwingbreite der Zyklen

Senkrecht zur Hauptdiagonalen verlaufen Linien gleicher Mittelwerte, wobei die Mittelwerte in Pfeilrichtung ansteigen, **Bild 4.18**.



**Bild 4.18:** Rainflow-Matrix mit schematischer Darstellung der wachsenden Mittelwerte der Zyklen

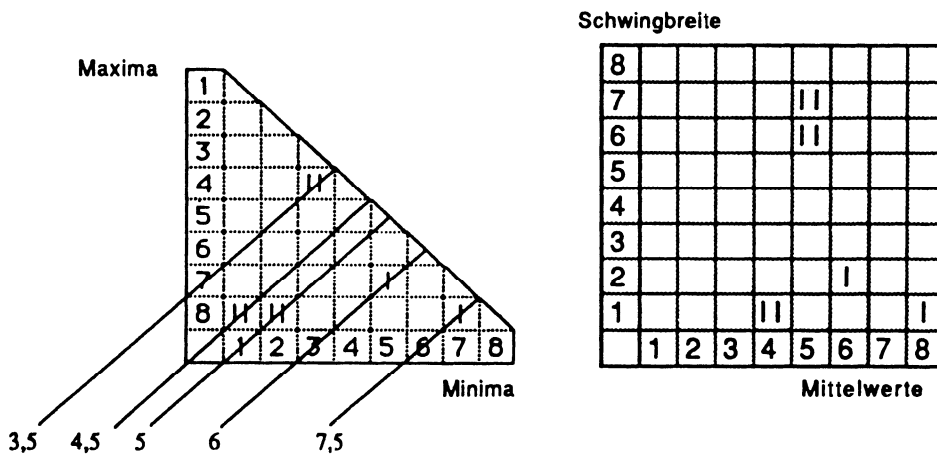
Folgende einparametrische Zählverfahren lassen sich aus der Rainflow-Matrix ableiten: Die Ergebnisse der **Bereichspaarzählung** ergeben sich durch Summation der Schwingspiele entlang der Diagonalen parallel zur Hauptdiagonalen, **Bild 4.19**.



**Bild 4.19:** Rainflow-Matrix mit Bereichspaaren gleicher Schwingbreite

Die Rainflow-Matrix, **Bild 4.16**, lässt sich in die Darstellung der **Bereichspaar-Mittelwertzählung** überführen, wenn zu den jeweiligen Schwingspielen nicht nur die

Schwingbreite, sondern auch die dazugehörige Mittellast notiert wird, **Bild 4.20**. Dabei werden die Werte 3,5, 4,5 und 7,5 aufgerundet.

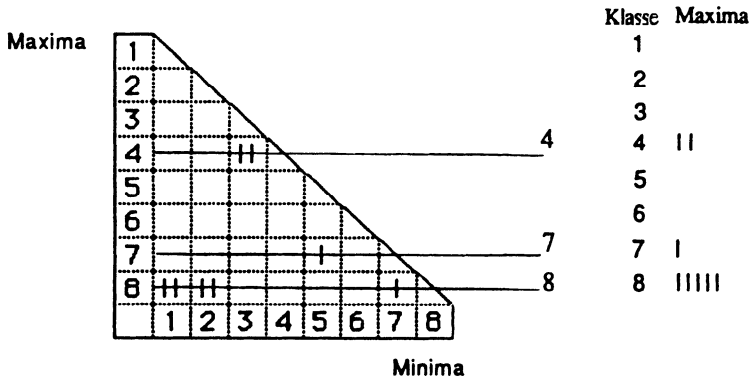


**Bild 4.20:** Rainflow-Matrix und die darin enthaltenen Mittelwerte der Bereichspaare

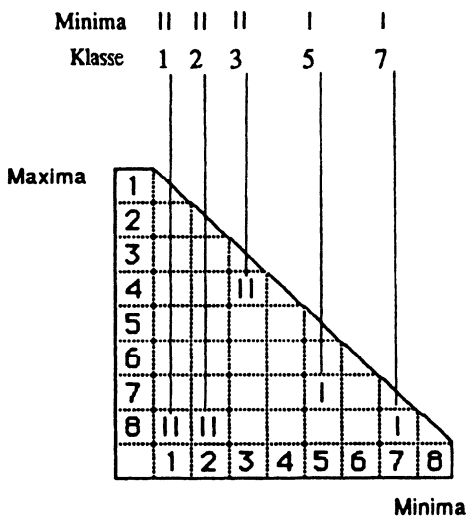
Aus den Maxima und Minima lassen dich die Ergebnisse der Spitzenzählung berechnen, **Bild 4.21 und 22**.

Die Anzahl der Maxima pro Klasse ergibt sich durch Summation der waagerechten Zeilen, die der Minima durch Summation der Elemente in den senkrechten Spalten.





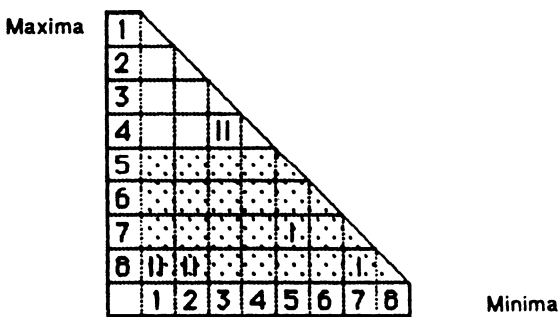
**Bild 4.21:** Rainflow-Matrix mit Maxima gleicher Größe



**Bild 4.22:** Rainflow-Matrix mit Maxima gleicher Größe

**Bestimmung des Unregelmäßigkeitsfaktor I:**

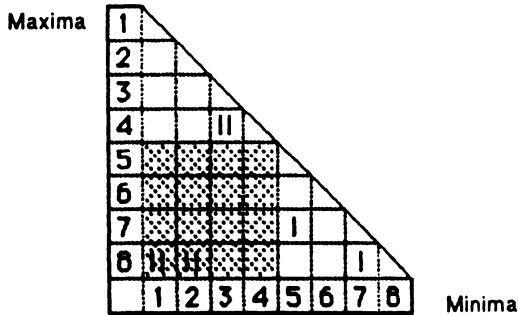
**Bild 4.23** zeigt die Rainflow-Matrix mit den Maxima oberhalb der Mittellast, z.B. > Klasse 4. Die Summe dieser Werte entspricht  $n_1 = 6$ , vergleiche **Bild 4.6**.



**Bild 4.23:** Rainflow-Matrix mit Maxima oberhalb der Nulllinie

Die Anzahl der Nulldurchgänge bzw. der Durchgänge einer von Null abweichenden Mittellast  $n_0$  sind in **Bild 4.24** eingetragen. Die Mittellastdurchgänge beziehen sich in der Regel auf die während der Messung auftretende mittlere Betriebslast.

Die Anzahl der Nulldurchgänge ist  $n_0 = 4$ , vergleiche **Bild 4.24** und **Bild 4.7**.



**Bild 4.24:** Rainflow-Matrix mit Nulldurchgängen

Für die Beispiel-BZF ergibt sich  $I = n_0 / n_1 = 0,67$ .

Auch die **Klassengrenzenüberschreitungs-zählung** lässt sich aus der Rainflow-Matrix herleiten. Zyklen, die z.B. in Feld 8/1 abgelegt sind, sind in der Darstellungsweise der KGÜZ, bei der nur positive Flanken bewertet werden, Überschreitungen der Klassengrenzen 1 bis 7. Werden für alle Felder der Matrix in dieser Weise die Klassengrenzenüberschreitungen aufsummiert, so ergibt sich das in **Bild 4.25** gezeigte Zählergebnis, das mit dem Kollektiv Kapitel 3.3.2 Bild 3.8 identisch ist.

Klasse	Klassen-grenze	Zählung	$\Sigma H_{\bar{u}}$
8	7.		
7	6.		
6	5.		
5	4.		
4	3.		
3	2.		
2	1.		
1			

↑ ↑ ↑ ↑ ↑  
 1/8 2/8 7/8 5/7 3/4

**Bild 4.25:** Klassengrenzenüberschreitungs-zählung aus der Rainflow-Matrix

Kommentar

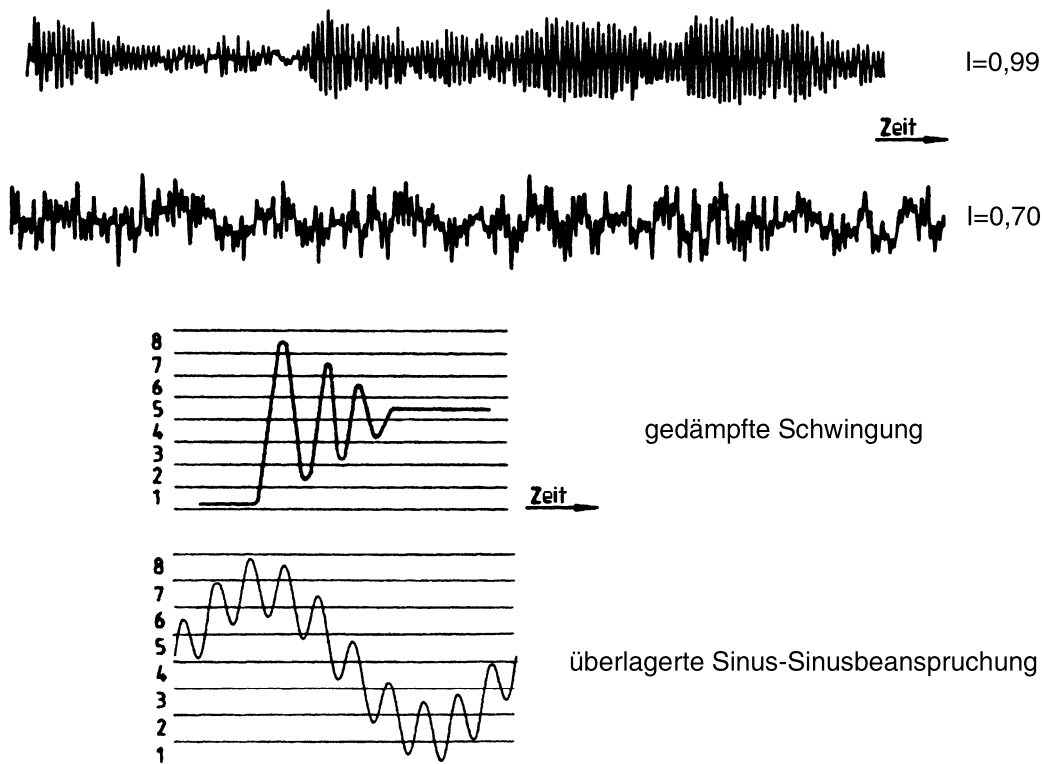
Aus der Rainflowmatrix lassen sich neben dem Unregelmäßigkeitsfaktor die Bereichspaar-zählung, die Bereichspaar-Mittelwert-zählung und die Klassengrenzen-überschreitungs-zählung ableiten. Auch andere Zählverfahren wie Bereichszählung und Spitzenzählung können aus der RFZ abgeleitet werden, was im vorliegenden Kapitel aber nicht näher ausgeführt wurde.

## 5. Vergleich der Zählverfahren

### 5.1 Untersuchte Beanspruchungszeitfunktionen

Zum Vergleich verschiedener Zählverfahren werden vier verschiedene BZFn nach folgenden Zählverfahren ausgewertet: Klassengrenzenüberschreitungszählung, Bereichspaarzählung, Übergangsmatrix (Von-Bis-Zählung) und Rainflow-Zählung.

Die ausgewählten Funktionen sind zwei verschiedene Randomfunktionen mit unterschiedlichem Unregelmäßigkeitsfaktor, ein Walzstich, der ein Arbeitsspiel mit einer überlagerten gedämpften Schwingung darstellt und eine überlagerte Sinus – Sinusfunktion, die besonders zur Differenzierung der Zählverfahren geeignet ist, **Bild 5.1**.



**Bild 5.1:** Beispielfunktionen

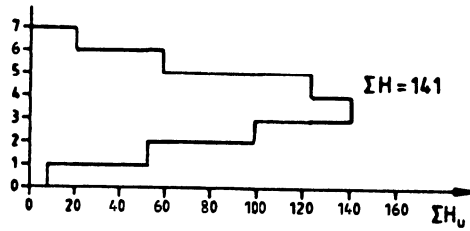
### 5.2 Randombeanspruchung mit Unregelmäßigkeitsfaktor $I = 0,99$

Für die schmalbandige Random-BZF,  $I = 0,99$ , liefern die vier Zählverfahren KGÜZ, BPZ, Übergangsmatrix und RFZ sehr ähnliche Ergebnisse. Bei den Matrizen sind jeweils die Diagonalen von links unten nach rechts oben belegt, vergleiche **Bild 5.2 und 5.3**.



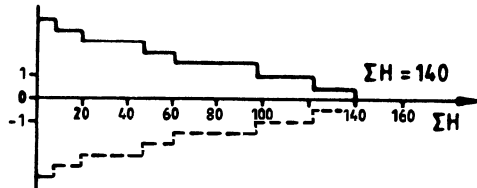
KGÜZ

1	8
2	53
3	99
4	141
5	123
6	59
7	20

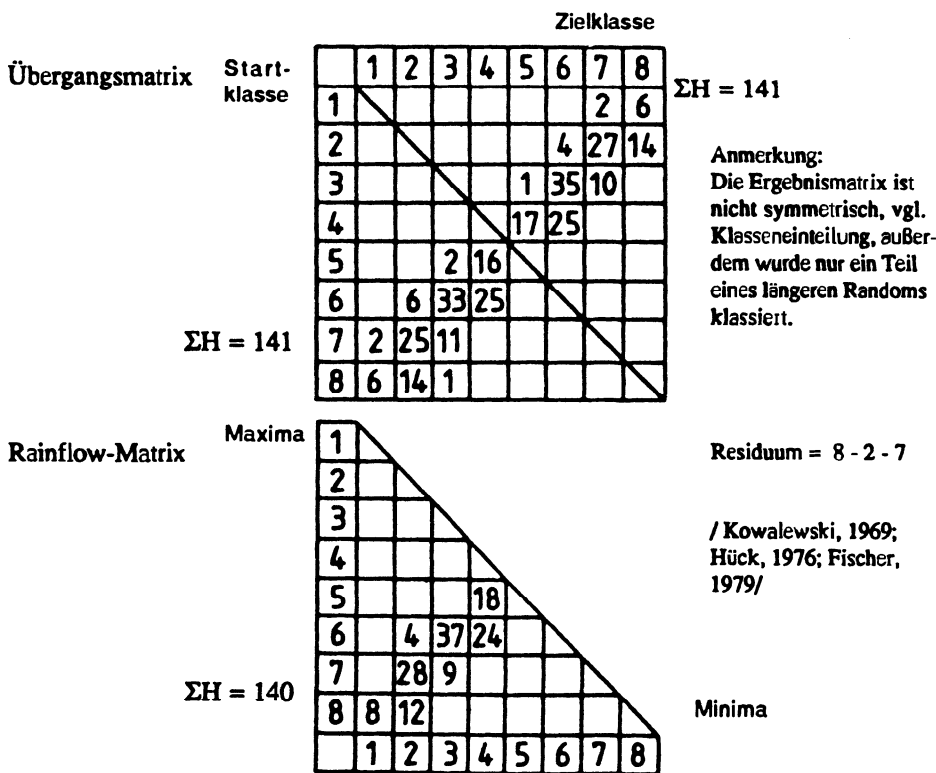


BPZ

1	18
2	24
3	37
4	13
5	28
6	12
7	8



**Bild 5.2:** Randombeanspruchung mit  $I = 0,99$

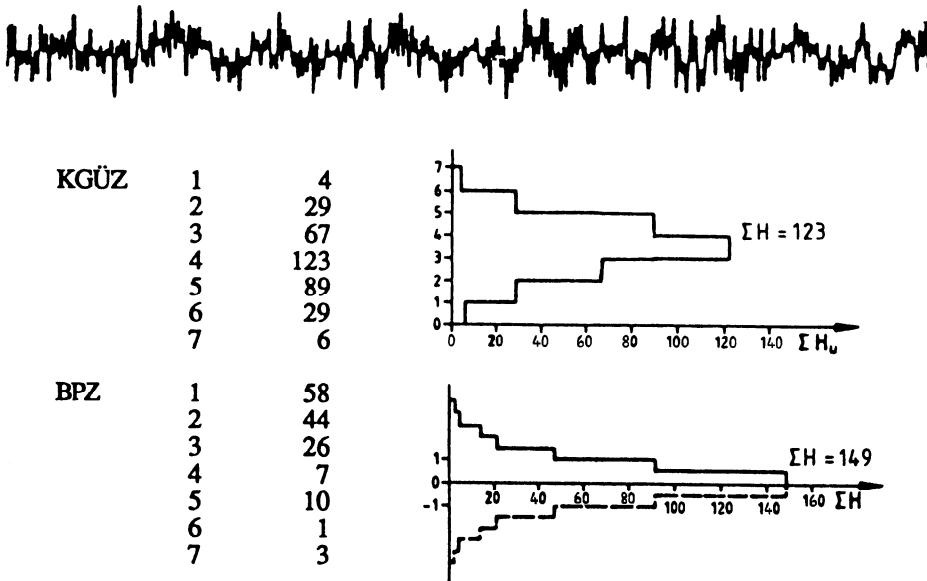


**Bild 5.3:** Zählergebnis für Randombeanspruchung mit  $I = 0,99$

### 5.3 Randombeanspruchung mit Unregelmäßigkeitsfaktor $I = 0,7$

Für eine Randombeanspruchung mit  $I = 0,7$  unterscheiden sich KGÜZ und BPZ bereits sehr stark in der Bewertung der Amplituden und deren Häufigkeit, **Bild 5.4**. Bei der KGÜZ

werden größere Amplituden als vorhanden vorgetäuscht, was in der Schädigungsrechnung im Vergleich zur BPZ zu einer kürzeren Lebensdauer führt. Die Matrizen sind auf einem größeren Bereich als bei  $I = 0,99$  belegt. Das Ergebnis in Form der Übergangs- und Rainflow-Matrix ist in **Bild 5.5 und 5.6** dargestellt.



**Bild 5.4:** Randombeanspruchung mit  $I = 0,7$

		Zielklasse								$\Sigma H = 153$
		1	2	3	4	5	6	7	8	
Übergangsmatrix	Start-									
	klasse	1		1	2	1				
	2		2	14	6	2	1			
	3			7	17	10	3	1		
	4		3	7	22	29	11	4		
	5	2	15	15	22	13	6			
	6	2	4	10	30	14	1			
	7		2	6	11	4				
8				3	2	1				

**Bild 5.5:** Übergangsmatrix für Randombeanspruchung mit  $I = 0,7$

Rainflow-Matrix	Maxima								
		1	2	3	4	5	6	7	8
	1								
	2								
	3								
	4		1	10					
	5		7	14	31				
	6		5	12	26	16			
	7		10	1	7	3	1		
	8	3	1		1				
		1	2	3	4	5	6	7	8

$\Sigma H = 149$

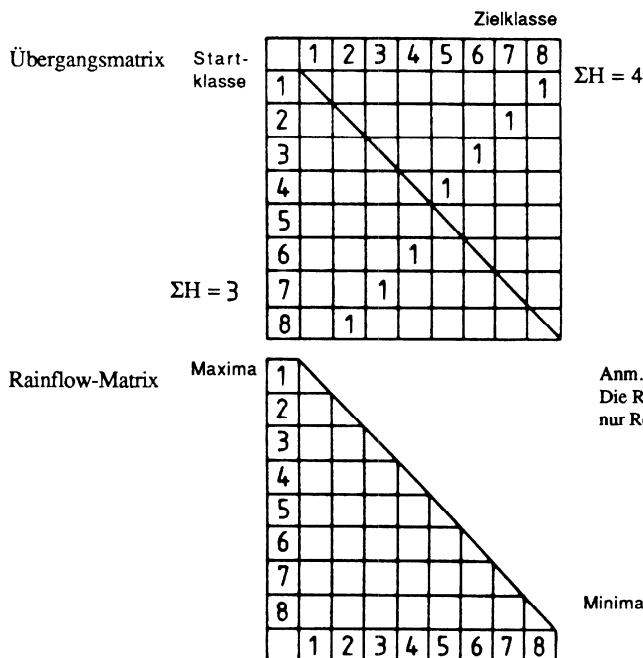
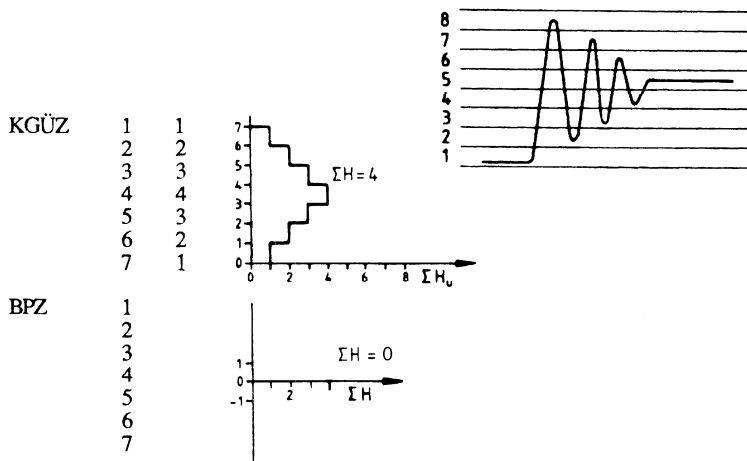
Anm.:  
Residuum bleibt übrig, es handelt sich um eine gedämpfte Funktion:  
1 - 8 - 2 - 7 - 3 - 5

Minima

**Bild 5.6:** Rainflow-Matrix für Randombeanspruchung mit  $I = 0,7$

### 5.4 Gedämpfte Schwingung

Für eine gedämpfte Schwingung (z.B. Walzstichbeanspruchung mit Ausschwingvorgängen) ergeben sich keine geschlossenen Hysteresisschleifen, so dass bei der BPZ und RFZ keine Ereignisse gezählt werden. Die Halbschwingspiele werden als Residuum abgelegt. Bei der Lebensdauerberechnung mit kürzeren BZFn ist zu beachten, dass die als Residuum abgelegten Halbschwingspiele einen Beitrag zur Schädigung liefern können. So gibt es den Vorschlag, ihnen jeweils die halbe Schädigung eines Schwingspiels bei der Schadensakkumulation zuzuweisen, /Clor 85/. Das Zählergebnis der KGÜZ, BPZ, ÜM und RFZ für die Walzstichbeanspruchung zeigt **Bild 5.7**.

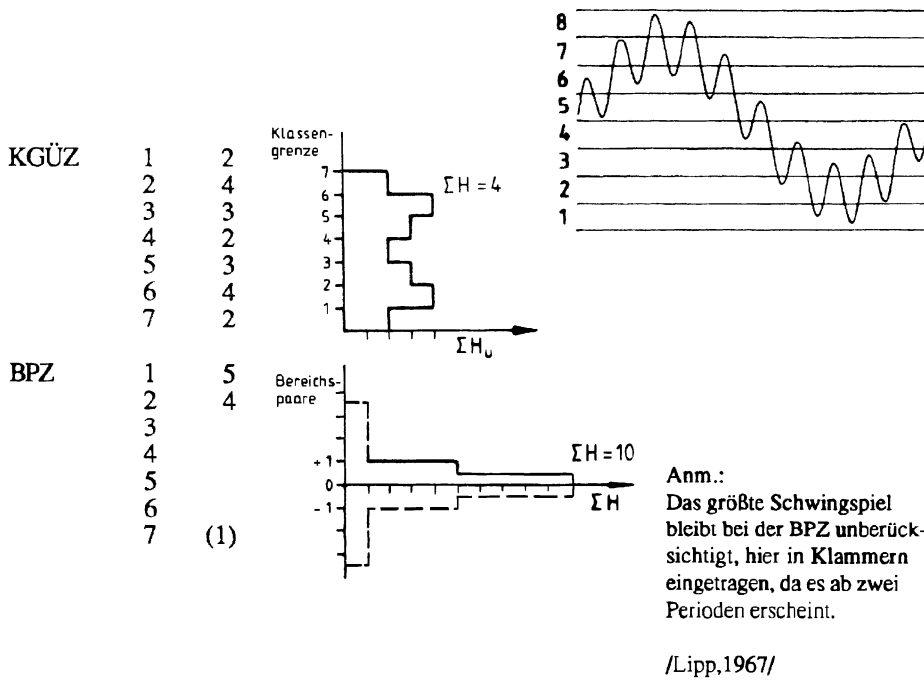


**Bild 5.7:** KGÜZ, BPZ, Übergangs- und Rainflow-Matrix für eine Walzstichbeanspruchung

### 5.5 Überlagerte Sinus-Sinusbeanspruchung

Für die überlagerte Sinus-Sinusschwingung ergeben sich extrem große Unterschiede bei der Bewertung der Amplituden und deren Häufigkeit zwischen KGÜZ und BPZ, vergleiche **Bild 5.8**. Die Matrizen werden in den Diagonalen von links oben nach rechts unten belegt, wobei im Gegensatz zur Übergangsmatrix bei der RFZ ein großes Grundlastschwingspiel erfasst wird, vergleiche **Bild 5.8 und 5.9**.

Die größten Unterschiede zwischen den Zählverfahren treten, wie diese Ergebnisse zeigen, bei großen Mittellastschwankungen bzw. niedrigem Unregelmäßigkeitsfaktor I auf.

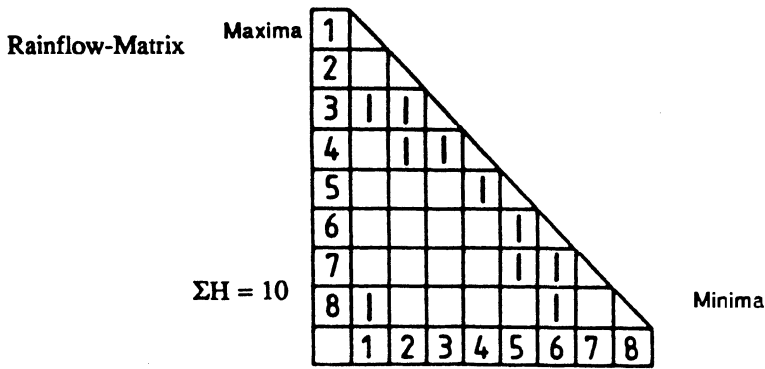


		Zielklasse							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Übergangsmatrix	Start-klasse	1							
	2								
	3	1	1						
	4	1		1		1			
	5		1					2	
	6					1			2
	7				1		1		
	8					1	1		

$\Sigma H = 9$

$\Sigma H = 10$

**Bild 5.8:** Übergang-Matrix für eine Sinus-Sinusbeanspruchung



**Bild 5.9:** Rainflow-Matrix für eine Sinus-Sinusbeanspruchung

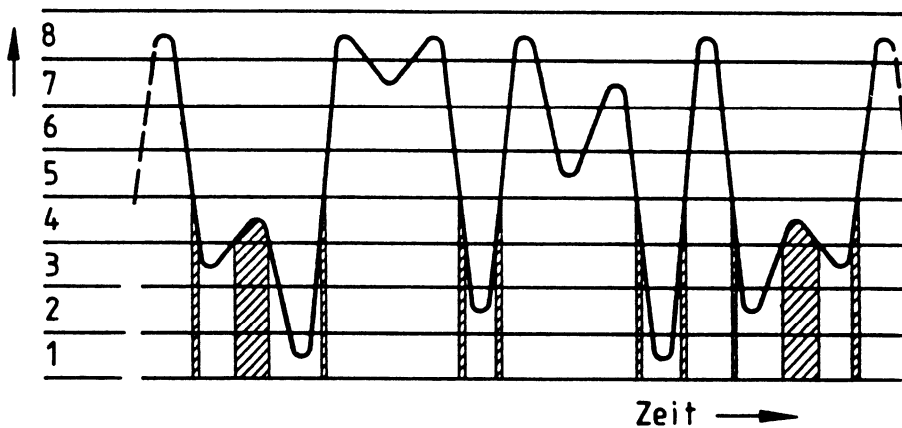
## 6. Verweildauer- und Momentanwertzählung

### 6.1 Einparametrisch

#### 6.1.1 Verweildauerzählung VZ *time at level counting*

##### Beschreibung des Verfahrens

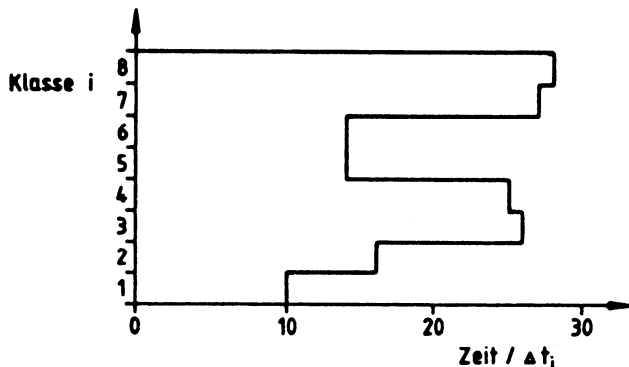
Mit diesem Zählverfahren wird die Summe der Zeiten ermittelt, die das Signal innerhalb der einzelnen Klassengrenzen verweilt, **Bild 6.1**. Die Summe der Verweildauern aller Klassen entspricht der Messdauer. Die relative Verweildauer ist die Verweildauer pro Klasse bezogen auf die Messdauer.





**Bild 6.1:** BZF VerweildauerzählungBeschreibung des Zählalgorithmus

Je Klasse werden die Verweildauern des Signals aufsummiert, wie beispielhaft in **Bild 6.1** für die Klasse  $i = 4$  eingezeichnet. **Bild 6.2** zeigt das Zählergebnis.

**Bild 6.2:** Zählergebnis VerweildauerzählungKommentar

Das Ergebnis der VZ enthält keine Informationen über die Häufigkeit der Extrema und damit auch keine Informationen über die Größe und Häufigkeit von Schwingspielen. Die Einführung einer Rückstellbreite ist bei diesem Zählverfahren nicht sinnvoll.

Anwendung

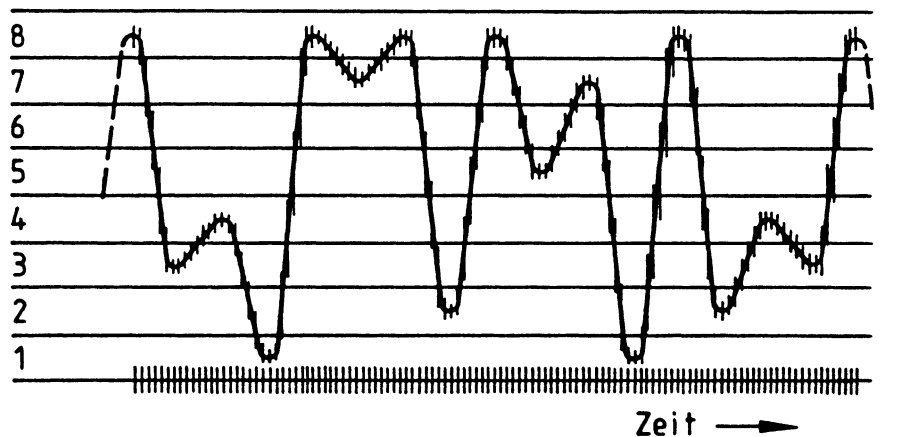
Dieses Zählverfahren findet Anwendung z.B. für Statistiken über Drehzahlen, Drücke, Geschwindigkeiten und Temperaturen.

**6.1.2 Momentanwertzählung MWZ**

*level distribution counting*

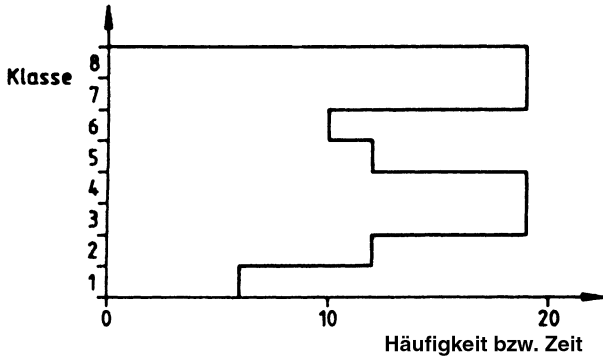
Beschreibung des Verfahrens

Stichprobenartig wird in gleichen Zeitabständen der Signalwert abgefragt und in die jeweilige Klasse gezählt. Die Häufigkeit der Zählung pro Klasse ist ein Maß für die Verweildauer in dieser Klasse, **Bild 6.3**.

**Bild 6.3:** BZF Momentanwertzählung

Beschreibung des Zählalgorithmus

Die BZF wird in äquidistante Zeitintervalle unterteilt, **Bild 6.3**. In den vorgegebenen Abständen wird der jeweilige Messwert in der Klasse, in der er auftritt, gezählt. Das Zählergebnis ist in **Bild 6.4** dargestellt. Seit der Einführung der digitalen Messtechnik liegen die Messsignale in der Regel bereits als äquidistant abgetastete BZFn vor.



**Bild 6.4:** Zählergebnis Momentanwertzählung

Kommentar

Liegen die Messdaten wie heute üblich in digitaler Form vor, findet die MWZ keine Anwendung mehr.

Bei Verwendung sehr kleiner Abtastintervalle entspricht das Zählergebnis praktisch dem der Verweildauerzählung. Die Genauigkeit der Zählung nimmt mit zunehmender Intervallgröße ab.

Anwendungen:

Wie Verweildauerzählung. Außerdem Bestimmung des Schätzwertes für den arithmetischen und quadratischen Mittelwert eines Signals im Zeitbereich. Einen Sonderfall der MWZ stellt die zeit- oder drehzahl- bzw. -winkelabhängige Abtastung eines Signals dar, wie sie z.B. bei der Messung von Einzelzahnbeanspruchungen bei Zahnrädern und bei der Ermittlung von Einzelzahnbeanspruchungen aus der Drehmoment-Zeit-Funktion angewendet wird /Schö 84/. Diese Zählung ist somit heute ein Standardverfahren für Zahnrad- und Lagerlebensdauerberechnungen.

**6.2 Zweiparametrisch**

**6.2.1 Zweiparametrische Verweildauerzählung**

Beschreibung des Verfahrens

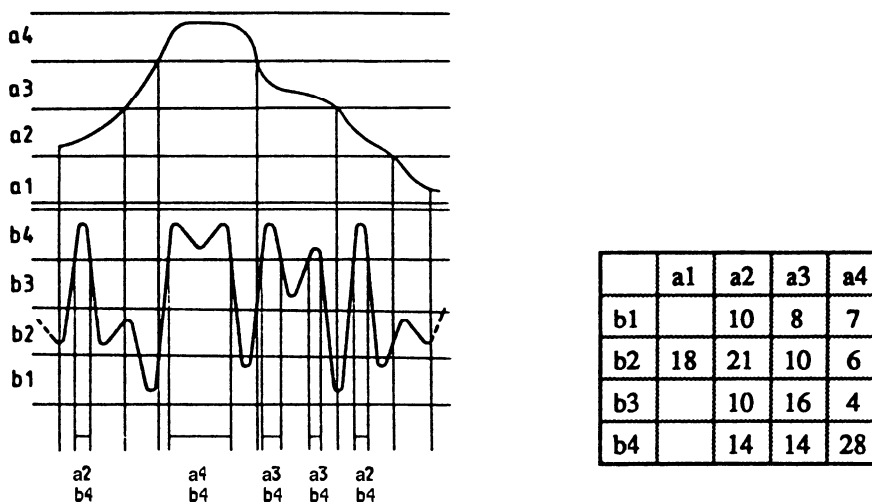
Als Verweildauer in einer zweidimensionalen Klasse wird die Zeit bezeichnet, in der beide Parameter die jeweiligen Klassenbedingungen erfüllen. In **Bild 6.5** sind die Verweildauern gekennzeichnet, in denen Signal b in der 4. Klasse verläuft und die dazugehörigen Klassenaufenthalte von Signal a. Es kann eine zweidimensionale Darstellung des Zählergebnisses mit Höhenlinien (Isoklinen des Häufigkeitsberges) erfolgen. Als Beispiel seien Lagerlast-Drehzahl-Kollektive genannt. Auch eine dreidimensionale perspektivische Darstellung ist möglich.

Beschreibung des Zählalgorithmus

Beide Signale werden in äquidistante Klassen unterteilt. Es wird die Verweildauer in einer zweidimensionalen Klasse  $a_i, b_j$  gezählt, für die gilt, dass sich das erste Signal in Klasse  $a_i$  und das zweite Signal in Klasse  $b_j$  befindet, **Bild 6.5**.

Kommentar

Anwendung z.B. für Lagerlast–Drehfrequenz Diagramme /Grie 73/, /Fisc 80/.



**Bild 6.5:** BZFn und Zählergebnis für zweiparametrische Verweildauerzählung

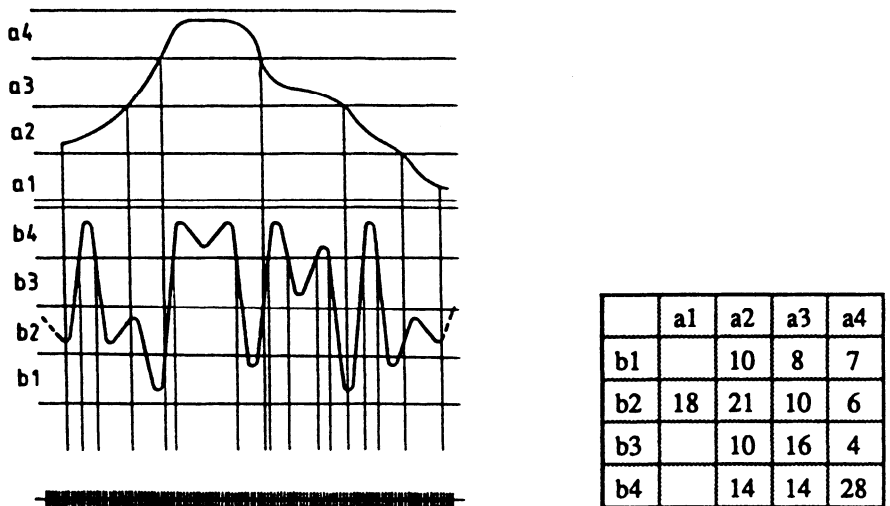
## 6.2.2 Zweiparametrische Momentanwertzählung

Beschreibung des Verfahrens

Bei der zweidimensionalen Momentanwertzählung werden für zwei verschiedene Signale die augenblicklichen Aufenthalte in den Klassen gezählt. Darstellung des Ergebnisses wie bei Kapitel 6.2.1, zweidimensional als Höhenlinien oder dreidimensional als Häufigkeitsgebirge.

Beschreibung des Zählalgorithmus

Beide Signale werden in äquidistante Klassen unterteilt. Mit einer genügend hohen Abtastrate, vgl. 6.1.2, werden die Werte für beide Signale erfasst und in die zwei-dimensionalen Klassen gezählt, **Bild 6.6**. Im Beispiel ist die Abtastung zu grob, eine feinere Abtastung wäre jedoch zu Lasten der Anschaulichkeit gegangen.



**Bild 6.6:** BZFn und Zählergebnis für die zweiparametrische Momentanwertzählung

Anwendung

Anwendung wie Verweildauerzählung  
 Standardverfahren für die Drehzahl–Drehmomentklassierung

**7. Hinweise zur Anwendung der Zählverfahren**

**7.1 Grundsätzliche Bemerkungen**

Betriebsbelastungen sind in der Regel zeitlich veränderlich. Die im Betrieb auftretenden Schwingenspiele besitzen fast immer eine variable Amplitude. Da die Lebensdauer von Bauteilen unter Betriebsbelastung abhängig von der Größe und Häufigkeit der auftretenden Amplituden ist, hat sich schon früh die Aufgabe gestellt, die BZF in eine Häufigkeitsverteilung von Amplituden zu transformieren. Erstmals wurden Lastkollektive 1931/32 von W. Kloth und T. Stoppel an Landmaschinen ermittelt /Klot 36/, /Klot 61/, /Rada 07/. 1941 hat E. Gaßner über das Festigkeitsverhalten bei variablen Amplituden promoviert, /Gaßn 41/. Für die Bildung von Kollektiven sind zahlreiche einparametrische Zählverfahren entwickelt worden, von denen aber heute nur noch wenige verwendet werden. Da neben der Amplitude auch die Mittelspannung die Lebensdauer beeinflusst, wurden später zweiparametrische Zählverfahren eingeführt, /Teic 41/, /Mats 68/, /Aich 73/, /Günt 73/. Dass die einparametrischen Verfahren das Ziel eine Häufigkeitsverteilung der Amplituden zu liefern nicht immer erreichen, zeigt zum Beispiel die KGÜZ. Ein wesentlicher Schritt bei der Weiterentwicklung der Zählverfahren für die Lebensdauerberechnung stellt die nichtsequenzielle Zählung dar.

Allen Zählverfahren ist gemeinsam, dass bezogen auf die BZF eine Datenreduktion erfolgt. Bei den in der Betriebsfestigkeit verwendeten Zählverfahren geht die Information über die Frequenz der Schwingenspiele, über ihre Reihenfolge und über ihre Schwingungsform (Sinus, Dreieck, Trapez usw.) verloren. Ihre Anwendung darf deshalb nur dann erfolgen, wenn die Lebensdauer eines Bauteils nicht oder nur in sehr geringem Maß von diesen Merkmalen abhängt.

Einen grundsätzlichen Einwand hat E. Gaßner 1983 wie folgt formuliert: „Alle bekannt gewordenen Zählverfahren betreffen solche aus der zu analysierenden Last-Zeit-Funktion herausgegriffenen Funktionswerte (Merkmale), deren Rolle für die Festigkeitsbeurteilung so bewertet wird, als seien sie eigenständige Einzelergebnisse; sie sind aber eingebettet in eine kontinuierliche Last-Zeit-Funktion und erreichen ihre Wirkung erst zusammen mit dieser.“ /Gaßn 83/.

Vom Standpunkt der Lebensdauerberechnung her gesehen ist das Zählverfahren am geeignetsten, das die durch die BZF mit variablen Amplituden erzeugte Schädigung am besten erfasst. Betrachtet man den Schädigungsprozess an der kritischen Stelle eines Bauteils näher, so kann man mehrere Phasen unterscheiden: Strukturmechanische Änderungen im Werkstoff durch plastische Wechselverformung, Bildung von Mikrorisskeimen, Mikrorisswachstum, Bildung des makroskopischen Anrisses, makroskopischer Rissfortschritt und Bruch. Dass diese Prozesse von den in einem Volumenelement wirkenden Normal- und Schubspannungen sowie vom Spannungsverhältnis  $R$  unterschiedlich gesteuert werden ist evident. Es gibt aber bis heute kein Schädigungsmodell, das diese Prozesskette zuverlässig beschreibt. Vor allem ist der Wechsel von einer Phase zur anderen und damit die Dauer der Phasen nicht ausreichend genau bestimmbar. Für die Praxis ist eine einfache Näherung notwendig, die vor allem im Zusammenhang mit der linearen Schadensakkumulation nach Palmgren-Miner zu sehen ist.

Mit der Rainflowzählung RFZ 1968 und der Bereichspaarmittelwertzählung BPMZ 1969, beide führen zu gleichen Ergebnissen, sind Zählverfahren entstanden, die sich inzwischen auch international unter dem Namen Rainflowzählung zu einem Standard entwickelt haben. Auf das Volumenelement bezogen, werden bei der RFZ geschlossene Spannungs-Dehnungs-Hysteresen gezählt. Der Flächeninhalt einer Hysterese entspricht einer Energie, die in das Werkstoffvolumen eingebracht wird. Diese Energie ist notwendig für die plastische Wechselverformung, die wiederum bei metallischen Werkstoffen die Voraussetzung für Ermüdung ist. Auch für die Bildung von Oberflächen bei Risswachstum wird Energie benötigt. Andererseits kann sich auch eine lokale Erwärmung einstellen, die nicht unmittelbar mit einer Schädigung in Verbindung gebracht werden kann. Mit der Zählung geschlossener Hysteresen ist die RFZ das einzige Zählverfahren mit einem physikalischen, d.h. werkstoffmechanischen Hintergrund. Für die Rainflowzählung sprechen zwei Tatsachen:

Vergleicht man die Lebensdauer im Versuch mit der der Berechnung, so ist bekanntlich die Streuung groß. Vergleicht man dabei die Zählverfahren untereinander, so ist die Streuung bei der RFZ am geringsten, /Euli 94/, /Euli 97/.

Aus einer vorliegenden Rainflow-Matrix kann man, je nach dem Algorithmus zur Bildung von Zufallszahlen, praktisch beliebig viele Beanspruchfolgen erzeugen, die zu derselben Matrix gehören. Durch Versuche ist nachgewiesen, dass die unterschiedlichen Lastfolgen praktisch zur gleichen Lebensdauer führen, /Perr 87/.

Die RFZ geht konform mit dem Örtlichen Konzept, bei dem zur Berechnung der Lebensdauer die Schwingbreite der Gesamtdehnung einer geschlossenen Hysterese als Schädigungsparameter verwendet wird.

## 7.2 Empfehlungen

### 7.2.1 Graphische Darstellung

Für eine graphische Darstellung, zum Beispiel bei Vergleichen der Beanspruchung für unterschiedliche Strecken oder Fahrer, sind Kollektive anschaulicher als Matrizen. Empfohlen werden die KGÜZ und die BPZ.

Bei der KGÜZ kann der Maximal- und Minimalwert der Beanspruchung unmittelbar abgelesen werden. Die Amplitude ist nicht erkennbar. In der Form des Gesamtkollektives lassen sich in manchen Fällen Teilkollektive erkennen. Bei der BPZ wird die Häufigkeitsverteilung der Amplituden dargestellt. Die Höhe der Maximal- und Minimalwerte ist nicht erkennbar. Bei beiden Zählverfahren geht die Mittelspannung verloren.

### 7.2.2 Praktische Erfahrungen

Auf die Verdichtung der Signale der Beanspruchungen und den damit verbundenen Informationsverlust (Frequenz, Reihenfolge, Schwingungsform) war bereits hingewiesen worden. Bei der Anwendung von Zählverfahren ist deshalb zu prüfen, ob dieser Informationsverlust größere Auswirkungen auf das Ergebnis einer Lebensdauerabschätzung haben könnte und damit zu einer fehlerhaften Beurteilung führt.

Grundsätzlich gilt, dass bei überlagerten zeitabhängigen Prozessen wie Korrosion und Kriechen die Frequenz der Belastung einen größeren Einfluss auf die Lebensdauer, ausgedrückt in Schwingspielen, haben kann. Hierzu wird auf die Spezialliteratur verwiesen.

Frequenz und Schwingungsform, z.B. Haltezeiten unter Last, beeinflussen die Lebensdauer von Bauteilen bei höheren Temperaturen, wenn der Kriechbereich erreicht ist.

Dass die Reihenfolge von Belastungen einen Einfluss auf die auf die Lebensdauer haben kann, ist nachgewiesen, zum Beispiel mit zweistufigen high-low bzw. low-high Belastungen. Ähnliches gilt für so genannte konsekutive Belastungen durch Torsion/Biegung bzw. Biegung/Torsion. Für die Lebensdauer eines Bauteils kann es auch entscheidend sein, zu welchem Zeitpunkt der Nutzung ein mit einer Überlast verbundenes Sonderereignis auftritt. Bei vielen Bauteilen, z.B. Automobilkomponenten, kann jedoch in der Regel davon ausgegangen werden, dass eine hohe Vermischung der Belastungen vorliegt, so dass der Reihenfolgeeinfluss keine größere Rolle spielt.

Weitere Fälle, bei denen sich eine kritische Betrachtung der Zählverfahren im Hinblick auf die Lebensdauerbeurteilung in der Praxis als sinnvoll erweist, werden im Folgenden aufgeführt. Treten beim Betrieb eines Zahnradgetriebes häufig Nulldurchgänge des Drehmomentes mit Spiel auf (back lash, Klappern, Hämmern), so kann das zur Folge haben, dass die Zahnflanken-Dauerfestigkeit signifikant absinkt, /Weck 87/. Dies konnte mit dem sprunghaften Einfallen der Haltebremse bei Windenergieanlagen in Verbindung gebracht werden. Das Ausschwingen des Rotors bewirkte dabei eine raschere Entwicklung von Fress- und Abriebserscheinungen an Zahnflanken als die Grübchenbildung durch Ermüdung. Das wäre allein als Ergebnis eines Zählverfahrens nicht erkennbar gewesen, /Fisc 91/, /Zenn 97/.

Ein weiteres Beispiel sind Schleudervorgänge an Treibradsatzwellen von Schienenfahrzeugen, die zu Ermüdungsbrüchen führten. Diese waren zurückzuführen auf Biege- und Torsionsbeanspruchungen, die aus den Schleudervorgängen stammten, /Stüh 80/. Zeitgleich mit solchen Belastungen treten oft an anderen Stellen des Antriebsstranges Gleit-, Reib- und Schlupfvorgänge auf, die zu spezifischen örtlichen Rissbildungen und Gefügeumwandlungen („Butterfly“-Erscheinung) in großen Wälzlagern oder An schmierungen führen können, /Wade 93/.

Diese Beispiele sollen darauf hinweisen, dass für die Lebensdauer eines Bauteils nicht allein die Kollektivbelastungen maßgebend sein müssen, sondern das örtliche Versagen durch andere oder weitere Umgebungsbedingungen hervorgerufen werden kann (Überlasten durch Sonderereignisse, Nulldurchgänge, Totzeiten, Flankensteilheit eines Signals, Resonanzen, Reibkorrosion usw.).

### Literaturangaben

- Amza 94 Amzallag, C.; Gerey, J.P.; Robert, J.I.; Bahuaud, J.  
Standardization of the rainflow counting method of fatigue analysis  
International Journal of Fatigue  
Vol 16, pp. 287-293; 1994
- ASTM 05 Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis  
ASTM Standard E 1049-90, 2005
- Aich 73 Aicher, W.  
Markov-Analyse und -Synthese einer Betriebsbelastung  
Interner Bericht ISD TU Stuttgart  
Stuttgart, 1973
- Berg 85 Bergmann, J. W.  
Interner Bericht, B - TF - V 23/ Rainflow -Synthese  
IABG, Ottobrunn, 1985
- Best 92 Beste, A. et al.  
A Consequent Continuation of Professor Tatsu Endos Work  
In J. Murakmi, Hrsg., The Rainflow Method in Fatigue  
Oxford, 1992
- Böhm 82 Böhme, K. - H.  
Auswertung von regellosen Zeitfunktionen nach geschlossenen  
Hystereseschleifen („Rain-Flow“) mittels Prozessrechners  
IfL-Mitt. 21 (1982) Heft 1, S.9-14; 1982
- Buxb 66 Buxbaum, O.  
Statistische Zählverfahren als Bindeglied zwischen Beanspruchungs-  
messung und Betriebsfestigkeitsversuch  
LBF-Bericht Nr. TB - 65, 1966

- Buxb 86      Buxbaum, O  
Betriebsfestigkeit  
Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1986
- Clor 85      Clormann, U.H.; Seeger, T.  
Rainflow-HCM, Ein Hysteresis-Schleifen-Zählalgorithmus auf  
werkstoffmechanischer Grundlage  
FF-22, Fachgebiet Werkstoffmechanik,  
TH Darmstadt, 1985
- Dijk 72      Dijk, G.M. van  
Statistical Load Data Processing  
In: Advanced Approaches to Fatigue Evaluation; pp. 565-598  
NASA SP 309; 1972
- DIN 45667    DIN 45667  
Klassierverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen 1969
- Dowl 72      Dowling, M.E.  
Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain-Histories  
J. of Mats. 7 (JMLSA) (1972), pp. 71-87
- Down 82     Downing, S.D.; Socie, D.F.  
Simple Rainflow Counting Algorithms  
Int. J. Fatigue (1982), pp. 31 – 40
- Dres 93      Dressler, W.; Krüger, W.; Beste, A.  
Rainflow - das Werkzeug für den Lebensdauernachweis von  
Fahrzeugen  
DVM-Bericht, Tagung AK Betriebsfestigkeit, 1993
- Endo 74      Endo, T. et al.  
Damage Evaluation of Metals for Random or Varying Loading  
Mech. Behavior of Materials,  
Proc. of the 1974 Symp. Soc. of Mat. Science Japan, pp. 372- 380 1974
- Euli 94      Eulitz, K.-G.; Döcke, H.; Kotte, K. H.; Esderts, A.; Zenner, H.  
Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische  
Aufarbeitung und Auswertung vorliegender Versuchsreihen  
FKM-Bericht „Lebensdauervorhersage“ I Heft 189, 1994
- Euli 97      Eulitz, K.-G.; Döcke, H.; Kotte, K.H.; Liu, J.; Zenner, H.  
Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische Auf-  
arbeitung, Speicherung und Auswertung vorliegender Versuchs- Daten  
FKM-Bericht „Lebensdauervorhersage II“ Heft 227, 1997



- Fisc 74      Fischer, R.  
Generierung von stationären Gauß'schen Zufallsprozessen mit vorgegebenen statistischen Kennwerten  
In: Einsatz von Digitalrechnern für Aufgaben der Betriebsfestigkeitsforschung.  
Hrsg. von O. Buxbaum und E. Haibach, LBF-Bericht Nr. TB-117, 1974
- Fisc 80      Fischer, W.; Eisbrecher, H.-D.; Laumann; Kuitsch, W.  
Ermittlung und Auswertung von Lastkollektiven  
FVA-Heft 83, 1980
- Fisc 91      Fischer, W.  
Beanspruchungen in Antriebsträngen von Windkraftanlagen  
Antriebstechnisches Kolloquium 1991  
Verlag TÜV Rheinland, Köln 1991
- Gaßn 41      Gaßner, E.  
Auswirkung betriebsähnlicher Belastungsfolgen auf die Festigkeit von Flugzeugbauteilen  
Diss. TH Darmstadt 1941 s. auch Jahrbuch d. Deutschen Luftfahrtforschung, Bd. 1 (1941), S. 972-983
- Gaßn 83      Gaßner, E.  
Vademecum der Betriebsfestigkeit, Teil 1, B Blatt 39 - 47, 1983
- Glin 87      Glinka, G.; Kam, J. C. P.  
Rainflow counting algorithm for very long stress histories  
Int. J. Fatigue (1987)
- Grie 73      Griese, F.W.; Kruse, K.A.; Fischer, W.  
Die Verknüpfung von Last-Zeit-Funktionen zu zweidimensionalen Verteilungen und ihre Nutzung zur Analyse des Bauteilverhaltens  
Archiv Eisenhüttenwesen 44 Nr. 12, S. 945 - 951; 1973
- Gude 99      Gudehus, H.; Zenner, H.  
Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung,  
4. Aufl., Verlag Stahleisen Düsseldorf, 1999
- Günt 73      Günther, W. (Hrsg.)  
Schwingfestigkeit  
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1973
- Haib 02      Haibach, E.  
Betriebsfestigkeit  
2. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002
- Heul 84      Heuler, P.; Seeger, T.  
Zählprogramm für Lastfolgen nach der Rainflow-Methode  
Bereich FF-7, Fachgebiet Werkstoffmechanik TH Darmstadt, 1984

- Hück 76 Hück, M.; Schütz, W.; Fischer, R.; Köbler, H. - G.  
A Standard Random Load Sequence of Gaussian Type  
Recommended for General Application in Fatigue Testing  
Its Mathematical Background and Digital Generation  
Paper 42nd AGARD-meeting, Ottawa, 1976
- Jong 69 Jonge, J.B. de  
Fatigue Load monitoring of tactical aircraft  
NLR Report TR 69063 U, 1969
- Jong 70 Jonge, J.B. de  
The monitoring of fatigue loads  
NLR Report TR 70010 , 1970
- Jong 82 Jonge, J.B. de  
The Analysis of Load Time Histories by Means of Counting Methods  
NLR MP 82039 U, ICAF Doc. 1309, 1982
- Klot 36 Kloth, W.; Stroppel, T.  
Kräfte, Beanspruchungen und Sicherheiten in den Landmaschinen  
VDI-Z. 80 (1936), S. 85-92
- Klot 61 Kloth, W.  
Atlas der Spannungsfelder an technischen Bauteilen  
Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1961
- Köhl 10 Köhler, M.; Jenne, S.; Pötter, K.; Zenner, H.  
Zählverfahren und Lastannahme in der Betriebsfestigkeit  
Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 2010
- Kowa 69 Kowalewski, J.  
Beschreibung regelloser Vorgänge  
VDI Fortschrittsberichte, Reihe 5 Nr. 7, 1969
- Krüg 85-I Krüger, W.; Petersen, J.  
Rekonstruktion von stochastischen Beanspruchungszeitverläufen  
aus extrapolierten Rainflow-Matrizen  
VDI-Bericht 552, S.319ff.; 9. GESA-Symposium, Berlin 1985
- Krüg 85-II Krüger, W.; Scheutzow, M.; Beste, A.; Petersen, J.  
Markov- und Rainflow-Rekonstruktionen stochastischer Bean-  
spruchungszeitfunktionen  
VDI Fortschrittsberichte Reihe 18 Nr. 22; VDI-Verlag Düsseldorf ,1985
- Lang 82 Lange, F.; Pfeiffer, F.  
Statistisches Verfahren zur Auswertung von Betriebsbeanspruch-  
ungen auf der Basis der Bewertung geschlossener Hysterese-  
schleifen („Rain-Flow“),  
IfL -Mitt. 21, Heft 1, Seite 1ff; 1982

- Lamb 55      Lambie, B.J.  
The Strain Range Counter  
Vickers Armstrongs Ltd. VTO/M/416, 1955
- Lee 05      Lee, Y.-L.; Pan, J.; Hathaway, E. B.; Barkey, M. E.  
Fatigue Testing and Analysis  
Elsevier, 2005
- Lipp 67      Lipp, W.; Svenson, O.  
Beitrag zur vereinfachten Wiedergabe von Beanspruchungen  
mit veränderlichen Mittelwerten im Schwingfestigkeitsversuch  
LBF-Bericht FB-74, 1967
- Liu 93      Liu, J.; Zenner, H.  
Berechnung der Dauerfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung  
Teil 2, Z. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 24 (1993), S. 296-303
- Mats 68      Matsuishi, M.; Endo, T.  
Fatigue of Metals Subjected to Varying Stress  
Jap. Soc. Mech. Engin., Fukuoka/Japan, 1968
- Mura 92      Murakami, Y.  
The Rainflow Method in Fatigue  
The Tatsuo Endo Memorial Volume, Butterworth Heinemann, 1992
- Nowa 76      Nowack, H.; Hanschmann, D.; Conle, A.  
Die Rainflow-Zählmethode, ein neueres Auswerteverfahren für  
Betriebsbeanspruchungen  
IB 354-76/3 des Inst. f. Werkstoff-Forschung der DFVLR  
Köln, 1976
- Perr 87      Perrett, B.H.E  
An Evaluation of a Method of Reconstituting Fatigue Loading from  
Rainflow Counting  
New Materials and Fatigue Resistant Aircraft Design  
Proc. of the 14th ICAF Symposium, Warley, 1987
- Pott 89      Potter, J. M.; Watanabe (Eds), R. T.  
Development of Fatigue Loading Spectra  
ASTM STP 1006, 1989
- Rada 07      Radaj, D.; Vormwald, M.  
Ermüdungsfestigkeit  
Springer-Verlag, 3. Auflage, 2007
- Rice 97      Rice, C.R.  
SAE Fatigue Design Handbook  
3rd. ed. AE-22, Society of Automotive Engineers  
Warrendale, 1997

- Rich 74 Richards, F.D.; LaPointe, N.R.; Wetzel, R.M.  
A Cycle Counting Algorithm for Fatigue Damage Analysis  
SAE - Nr. 7040278, 1974
- Rych 87 Rychlik, I.  
A new Definition of the Rainflow Cycle Counting Method  
Int. J. Fatigue 9 Nr. 2 (1987), pp. 119 - 121
- Schi 63 Schijve, J.  
The Analysis of Random Load-Time Histories with Relation to  
Fatigue Tests and Life Calculations  
In: Fatigue of Aircraft Structures  
Hrsg. W. Barrois u. E.L. Ripley, Pergamon Press, 1963
- Schi 09 Schijve, J.  
Fatigue of Structures and Materials, Springer, 2009
- Schö 84 Schöne, G.  
Beanspruchungsmessung an Maschinenanlagen unter Betriebs-  
bedingungen  
Technische Ausrüstungen für Betriebsfestigkeits-Untersuchungen  
DVM-Vorträge 7./8.2.1984, München, S. 7-17; 1984
- Schü 76 Schütz, D.  
Abschätzung der Lebensdauer mit Hilfe von Einstufen-Dimensio-  
nierungsunterlagen (Miner-Regel),  
Handbuch Struktur und Berechnung, 1976
- Schü 92 Schütz, W.  
The Significance of Service Load Data for Fatigue Life Analysis  
ICAF Doc. No. 1975, 1992
- Seeg 96 Seeger, T.  
Grundlagen für Betriebsfestigkeitsnachweise  
Stahlbau Handbuch, Band 1 Teil B, Stahlbau-Verlagsgesellschaft  
Köln, 1996
- Stüh 80 Stühler, W.; Sumpf, J.  
Das Schleudern bei schienenengebundenen Fahrzeugen (Lit.-Rech.)  
FVA-Heft 87, Frankfurt, 190
- Sons 07 Sonsino, C.M.  
Fatigue Testing under Variable Amplitude Loading  
Int. J. Fatigue 29 (2007), S. 1080-1089
- Teic 41 Teichmann, A.  
Grundsätzliches zum Betriebsfestigkeitsversuch  
Jahrb. der Dt. Luftfahrtforschung 1941, S. 1467 - 1471; 1941

- TGL 77      TGL 33787  
Schwingfestigkeit, Regellose Zeitfunktionen; Statistische Auswertung 1977
- Wade 93      Wadewitz, M.  
Anschmierungserscheinungen  
FVA-Nr. 164, FVA-Heft 384, Frankfurt, 1993
- Weck 87      Weck, M.  
Zahnflanken-Hämmern  
FVA-Nr. 112, FVA-Heft 258, Frankfurt 1987
- West 88      Westermann-Friedrich, A.,  
Sonderereigniskollektive - Kennzeichnende Zeitfunktionen und Kollektive für Anlagen und Arbeitsprozesse  
FVA-Nr. 131, FVA-Heft 274, Frankfurt ,1988
- Zenn 97      Zenner, H.; Sigwart, A.; Peter, F.  
Langzeitmessung  
FVA-Nr. 203, FVA-Heft 515, Frankfurt, 1997

## **Abkürzungsverzeichnis**

BMZ	Bereichs-Mittelwert-Zählung
BPMZ	Bereichspaar-Mittelwert-Zählung
BPZ	Bereichspaarzählung
BZ	Bereichszählung
BZF	Beanspruchungszeitfunktion
BZFn	Beanspruchungszeitfunktionen
DMS	Dehnungsmessstreifen
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik
I	Unregelmäßigkeitsfaktor
KGÜZ	Klassengrenzenüberschreitungs-zählung
MWZ	Momentanwertzählung
RF	Rainflow
RFZ	Rainflowzählung
SZ	Spitzenzählung
UM	Übergangsmatrix
VZ	Verweildauerzählung



Forschungsvereinigung  
Antriebstechnik e.V.

Postfach 71 08 64  
60498 Frankfurt  
Lyoner Straße 18  
60528 Frankfurt  
Tel 069.66 03-15 15  
Fax 069.66 03-14 59  
info@fva-net.de  
www.fva-net.de

research, drive & innovation

