

# Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen

## Ergänzung zu DIN 743

Erfassung von Lastkollektiven und Berechnung der Sicherheit im Dauer- und Zeitfestigkeitsbereich

Forschungsvereinigung  
Antriebstechnik



**FVA R 743**

Shafts and axles, calculation of load capacity, load histogram, Miner-rules

### **FVA - Intern**

*Nur für FVA- Mitglieder und Forschungsstellen bestimmt !*

#### **Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.**

Lyoner Str. 18  
60528 Frankfurt

#### **Arbeitskreis "Welle-Nabe-Verbindungen"**

**Obmann:** Dr. Georges Romanos, Henkel Loctite Deutschland GmbH

#### **Mitwirkende Firmen:**

A. Friedr. Flender AG, Det Norske Veritas AS, Germanischer Lloyd, Hansen Transmissions, Henkel Loctite Deutschland GmbH, MTU Friedrichshafen GmbH, PIV Drives GmbH, SEW-EURODRIVE GmbH & Co. KG, Voith Turbo GmbH & Co. KG, Zollern Dorstener Antriebstechnik

**Stellungnahmen** zur dieser Richtlinie bitte als Datei per e-Mail an: [stellungnahme@fva-net.de](mailto:stellungnahme@fva-net.de)

## INHALT

	Seite
<b>Vorwort</b> .....	2
<b>Einleitung</b> .....	2
<b>1 Anwendungsbereich</b> .....	2
<b>2 Normative Verweisungen, Literaturhinweise</b> .....	2
<b>3 Formelzeichen, Benennungen, Einheiten</b> .....	3
<b>4 Einfache Beanspruchung</b> .....	3
4.1 Berechnung der Sicherheit im Zeitfestigkeitsbereich bei zeitlich konstanter Amplitude .....	3
4.1.1 Grundgleichungen .....	3
4.1.2 Wirkende Spannungen .....	3
4.1.3 Zeitfestigkeitswert .....	3
4.2 Berechnung der Sicherheit bei Lastkollektiven im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich .....	3
4.2.1 Grundgleichungen .....	3
4.2.2 Wirkende Spannungen .....	4
4.2.3 Schädigungsäquivalente Amplitude der Spannung und Minersumme .....	5
4.2.3.1 Methode 1 ( <i>Miner-elementar</i> ) .....	5
4.2.3.2 Methode 2 ( <i>Miner-original</i> ) .....	5
4.2.3.3 Methode 3 ( <i>Miner-erweitert</i> ) .....	5
4.2.3.4 Methode 4 ( <i>Miner-konsequent</i> ) .....	5
<b>5 Zusammengesetzte Beanspruchung</b> .....	6
<b>6 Schlussbemerkungen</b> .....	6
<b>7 Beispiele</b> .....	6

## Vorwort

Diese Ergänzung von DIN 743 wurde im Auftrag der FVA vom Institut für Maschinenelemente und Maschinenkonstruktion der TU Dresden unter Begleitung der Mitglieder im FVA-Arbeitskreis „Wellen und Welle-Nebe-Verbindungen“ ausgearbeitet.

Dieser Berechnungsvorschlag soll unter Beibehaltung der grundlegenden Vorgehensweise von DIN 743 die direkte Berücksichtigung von Lastkollektiven für den Ermüdungstragfähigkeitsnachweis im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich ermöglichen.

Von den einbezogenen Methoden zur Berücksichtigung von Lastkollektiven ergibt *Miner-original* die größte und *Miner-elementar* die niedrigste Sicherheit. Nach bisherigen Erfahrungen nähert *Miner-konsequent* das wirkliche Festigkeitsverhalten am besten an. *Miner-erweitert* ist eine einfache, gute Näherung der Methode *Miner-konsequent*. Zusätzlich einbezogen ist die statistisch ermittelte Schädigungsgrenze [4].

## Einleitung

Eine große Anzahl von Ausfällen im Maschinenbau ist auf Schäden an Achsen und Wellen zurückzuführen. Die häufigste Ursache hierfür sind Ermüdungsbrüche (Schwingungsbrüche). Oft ist es erforderlich, Lastkollektive zu berücksichtigen und in einigen Fällen auch für den Zeitfestigkeitsbereich auszulegen. Neben der optimalen konstruktiven Gestaltung stellt die Berechnung der Sicherheit gegen den vorzeitigen Ausfall von Wellen und Achsen eine erforderliche Maßnahme dar.

Der vorliegende Vorschlag enthält die Grundgleichungen und das methodische Vorgehen zur Ermittlung

- Der schädigungsäquivalenten Spannungsamplituden unter Berücksichtigung von Lastkollektiven für den Tragfähigkeitsnachweis von Wellen und Achsen im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich,
- Festigkeitswerte bei Berechnungen im Zeitfestigkeitsbereich

für den Tragfähigkeitsnachweis von Achsen und Wellen in Ergänzung zu DIN 743.

## 1 Anwendungsbereich

Dieser Berechnungsvorschlag gilt allgemein für den Sicherheitsnachweis von Wellen und Achsen im **Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich** (Schwingungs- bzw. Ermüdungsbruch) sowie bei einer durch **Lastkollektive** gegebenen Belastung. Der Sicherheitsnachweis für eine bekannte konstante Amplitude für den Dauerfestigkeitsbereich enthält bereits DIN 743.

Wenn im Folgenden nur von Wellen gesprochen wird, gelten die Ausführungen sinngemäß auch für Achsen.

### Anwendungsgrenzen:

Es gelten die Festlegungen von DIN 743 mit Ausnahme der Erweiterungen auf den Zeitfestigkeits- bzw. Betriebsfestigkeitsbereich (Lastkollektive).

$\sigma_{ADK}$  ist nach DIN 743 zu ermitteln.

Für die Fälle  $\sigma_m = \text{konst.}$  muss hier vorausgesetzt werden, dass  $\sigma_m$  für alle Kollektivstufen einen konstanten und gleichen Wert besitzt und bei Belastungserhöhung in allen Kollektivstufen konstant bleibt; analog gilt diese Voraussetzung für  $\sigma_a/\sigma_m = \text{konst.}$  Es sollte bevorzugt mit  $\sigma_a/\sigma_m = \text{konst.}$  gerechnet werden.

*Die angegebenen Beziehungen dieser Richtlinie gelten für Normalspannungen (Biegung, Zug-Druck) und analog auch für Torsion sofern explizit nicht anders angegeben.*

*Es wird der prinzipielle Verlauf der Wöhlerlinie nach Bild 1 vorausgesetzt. Durch aggressive Medien und Mikroeinschlüsse kann auch bei  $N > N_D = 10^6$  ein weiterer Abfall der Dauerfestigkeit vorliegen. Diese Einflüsse werden hier ausgeschlossen. Bis auf die Berechnungsmethode *Miner-original* wird bei den übrigen hier einbezogenen Methoden aber ein Abfall der Dauerfestigkeit durch Vorbelastung indirekt oder direkt einbezogen.*

## 2 Normative Verweisungen

Dieser Berechnungsvorschlag enthält durch datierte oder undatierte Verweisungen Festlegungen aus anderen Publikationen. Diese Verweisungen sind an den jeweiligen Stellen im Text zitiert, und die Publikationen sind nachstehend aufgeführt. Bei datierten Verweisungen gehören spätere Änderungen oder Überarbeitungen dieser Publikationen nur zu diesem Arbeitsblatt falls sie durch Änderung oder Überarbeitung eingearbeitet sind. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe der in Bezug genommenen Publikation.

### DIN 743-1: 2000-10

Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 1: Einführung, Grundlagen

### DIN 743-2: 2000-10

Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungszahlen

### DIN 743-3: 2000-10

Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte

[1] FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), VDMA-Verlag Frankfurt/Main 2002

[2] Haibach E.: Betriebsfestigkeit, VDI Verlag 1989

[3] Linke H.: Stirnradverzahnungen. Hanser Verlag 1996

[4] Eulitz, K.G.: Beurteilung der Zuverlässigkeit von Lebensdauervorhersagen nach dem Nennspannungskonzept und dem örtlichen Konzept anhand einer Sammlung von Betriebsfestigkeitsversuchen. Habilitationsschrift TU Dresden 1999

### 3 Formelzeichen, Benennungen, Einheiten

Formelzeichen	Benennung	Einheiten
$A_{kon}$	Hilfsgröße	–
$D_M$	Minersumme (nach [1]: $D_M=0,3$ für Stahl)	–
$K_{Koll}$	Kollektivfaktor	–
$i$	Kollektivstufe	–
$j, j^*$	Kollektivstufenanzahl	–
$k$	korrigierte Kollektivstufenanzahl (Methode 3)	–
$n_e$	korrigierte Lastspielzahl in Stufe $k$	–
$n_i$	Lastspielzahl in Stufe $i$	–
$N_D, N_S$	den Knickpunkten der Wöhlerkurve entspr. Lastwechselzahlen	–
$N_L$	vorgegebene Gesamtlastspielzahl	–
$N^*$	für die jeweilige Methode zu berücksichtigende Lastspielzahl ( $N^* \leq N_L$ )	–
$N_1, N_2$	Hilfsgröße	–
$\tilde{N}$	korrigierte Lastspielzahl	–
$p$	korrigierte Kollektivstufenanzahl ( $p-1$ Kollektivstufenanzahl oberhalb der Dauerfestigkeit; Methoden 2,4)	–
$q$	Wöhlerlinienexponent (Werte nach [1]: Biegung $q=5$ ; Torsion $q=8$ )	–
$S$	Sicherheit des Bauteils	–
$S_{min}$	geforderte Mindestsicherheit des Bauteils (im Regelfall $S_{min}=1.2$ )	–
$S_{Step}$	Iterationsvariable	–
$v$	Völligkeit	–
$Z_1, Z_2$	Hilfsgröße	–
$\lambda$	Kollektivstufen unterhalb der Dauerfestigkeit (Methode 4)	–
$\sigma_{ADK}, \tau_{ADK}$	Dauerfestigkeitswert	$N/mm^2$
$\sigma_{ANK}, \tau_{ANK}$	Zeitfestigkeitswert	$N/mm^2$
$\sigma_a, \tau_{ta}$	schädigungsäquivalente Spannungsamplitude	$N/mm^2$
$\sigma_{ai}, \tau_{tai}$	Spannungsamplitude der Stufe $i$	$N/mm^2$
$\sigma_{a1}, \tau_{ta1}$	größte Spannungsamplitude des gegebenen Kollektivs	$N/mm^2$
$\sigma_{FK}, \tau_{FK}$	Bauteilfließgrenze	$N/mm^2$
$S_\sigma, S_\tau$	Einzelsicherheit	–

#### Indices

b	Biegung
t	Torsion
zd	Zug-Druck

### 4 Einfache Beanspruchung

#### 4.1 Berechnung der Sicherheit im Zeitfestigkeitsbereich bei zeitlich konstanter Amplitude

##### 4.1.1 Grundgleichung

Die rechnerische Sicherheit  $S$  muss gleich oder größer der Mindestsicherheit  $S_{min}$  sein:

$$S_\sigma = \sigma_{ANK} / \sigma_a \quad \text{bzw.} \quad S_\tau = \tau_{ANK} / \tau_{ta} \quad (1)$$

$$S \geq S_{min} \quad (2)$$

Die Grundsätze des Berechnungsverfahrens allein erfordern die Mindestsicherheit  $S_{min}=1,2$ . Unsicherheiten bei der Annahme der Belastung, mögliche Folgeschäden, geltende Vorschriften usw. erfordern meist höhere Sicherheiten. Diese sind abhängig von den jeweils konkreten Bedingungen zu vereinbaren (festzulegen).

#### 4.1.2 Wirkende Spannungen

Soll eine Berechnung im Zeitfestigkeitsbereich ohne Berücksichtigung von Lastkollektiven durchgeführt werden, so ist die Ermittlung der wirkenden Spannungen nach DIN 743 vorzunehmen. Sollen Lastkollektive berücksichtigt werden, so ist nach Abschn. 4.2 dieser ergänzenden Richtlinie vorzugehen.

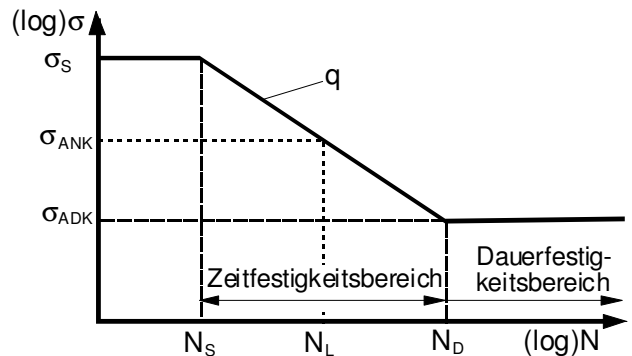
#### 4.1.3 Zeitfestigkeitswert

Im Zeitfestigkeitsbereich gilt allgemein (Wöhlerliniengleichung) mit der auf die Zeitfestigkeit umgerechneten Dauerfestigkeit, wozu die Wöhlerliniengleichung genutzt wird:

$$\sigma_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \sigma_{ADK} \quad (\sigma_{ANK} \leq \sigma_{FK}) \quad (3)$$

$$\tau_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \tau_{ADK} \quad (\tau_{ANK} \leq \tau_{FK}) \quad (4)$$

Wenn nicht anders vorgegeben, kann  $q=5$  für Biegung bzw. Zug-Druck und  $q=8$  für Torsion angenommen werden. Gl.(3) ist gültig für  $N_L \leq N_D$  (Bei der Berechnung nach Methode Miner-elementar existiert kein Dauerfestigkeitsbereich. Hier gilt Gl.(3) auch für  $N_L > N_D$ .) Für die Knickpunkte der Wöhlerlinie wird hier  $N_D=10^6$  bzw.  $N_S=10^3$  ( $10^2 \dots 10^4$ ) angenommen (Bild 1). Sind andere Werte bekannt, sind diese entsprechend einzusetzen.



**Bild 1:** Zeit- ( $\sigma_{ANK}; \tau_{ANK}$  analog) und Dauerfestigkeitswert ( $\sigma_{ADK}; \tau_{ADK}$  analog)

#### 4.2 Berechnung der Sicherheit bei Lastkollektiven im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich

##### 4.2.1 Grundgleichungen

Bei der Berechnung der Sicherheit unter Berücksichtigung der Wirkung von Lastkollektiven wird die äußere Form des Nachweises nach DIN 743-1 beibehalten.

$$\text{Dauerfestigkeit: } S = \sigma_{zd,bADK} / \sigma_{zd,ba} \quad \text{bzw.} \quad S = \tau_{tADK} / \tau_{ta} \quad (5)$$

Zeitfestigkeit: siehe Gl.(1)

$$S \geq S_{min} \quad (6)$$

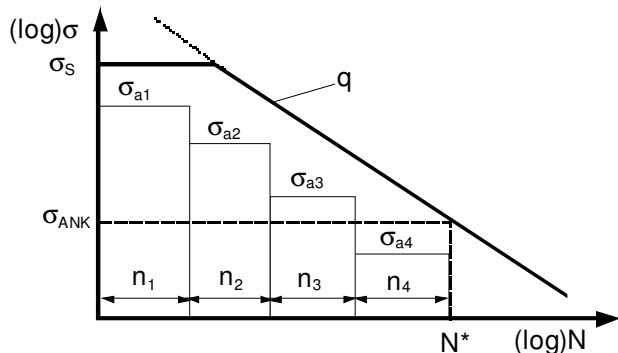
Liegt die Gesamtlastspielzahl, die während der vorgegebenen Lebensdauer erreicht werden soll, im Dauerfestigkeitsbereich ( $N \geq 10^6$ ), ist in Gl.(1)  $\sigma_{ANK}$  durch  $\sigma_{ADK}$  zu ersetzen. Dies gilt nicht für Methode *Miner-elementar*, bei der in jedem Fall  $\sigma_{ANK}$  verwendet wird. Die schädigungsäquivalente konstante Spannungsamplitude ist nach Gl.(7) zu ermitteln.

Die Grundsätze des Berechnungsverfahrens allein erfordern die Mindestsicherheit  $S_{min}=1,2$ . Unsicherheiten bei der Annahme der Belastung, mögliche Folgeschäden usw. erfordern höhere Sicherheiten. Diese sind zu vereinbaren bzw. festzulegen.

**4.2.2 Wirkende Spannungen**

Um die äußere Form des Dauerfestigkeitsnachweises nach DIN 743 beizubehalten, wird aus dem gegebenen Belastungskollektiv und dem daraus unmittelbar berechenbaren (Nenn-) Spannungskollektiv eine schädigungsäquivalente konstante Spannung ermittelt. Hierzu stehen die Hypothesen *Miner-elementar*, *Miner-original*, *Miner-erweitert* und *Miner-konsequent* zur Auswahl.

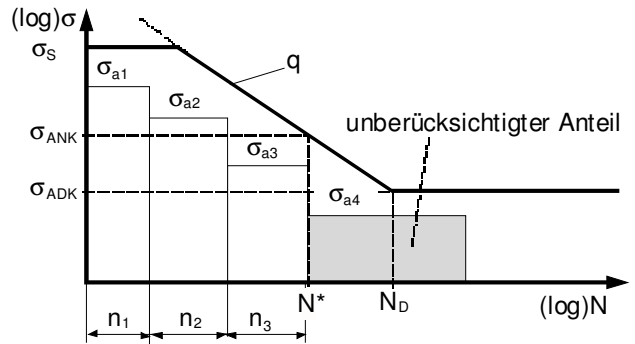
Bei *Miner-elementar* wird angenommen, dass keine Dauerfestigkeit existiert. Es müssen also sämtliche Kollektivstufen berücksichtigt werden. Diese Annahme wird häufig als zu pessimistisch beurteilt. Eine mit dieser Methode ermittelte äquivalente Spannungsamplitude wäre also in ihrer Quantität als zu groß anzusehen und der damit ermittelte Sicherheitsfaktor nach DIN 743 wäre kleiner gegenüber den mit anderen hier genannten Verfahren errechneten. Damit tendiert dieses Verfahren zur sicheren Seite.



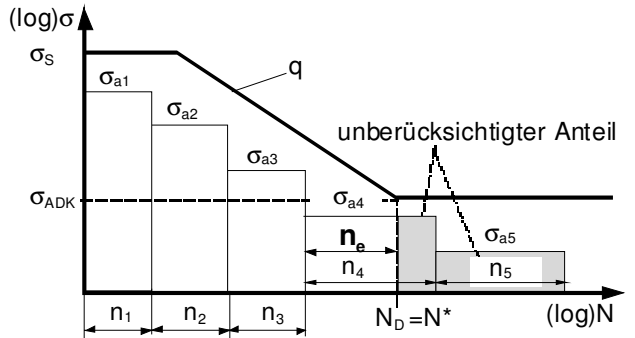
**Bild 2: Miner - elementar**

Entsprechend *Miner-original* (Bild 3) finden Last- bzw. Beanspruchungsstufen unterhalb der Dauerfestigkeit keine Berücksichtigung bei der Ermittlung der schädigungsäquivalenten Spannungsamplitude. *Miner-original* bildet bisher die Basis für die Berücksichtigung von Lastkollektiven bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Verzahnungen in DIN 3990.

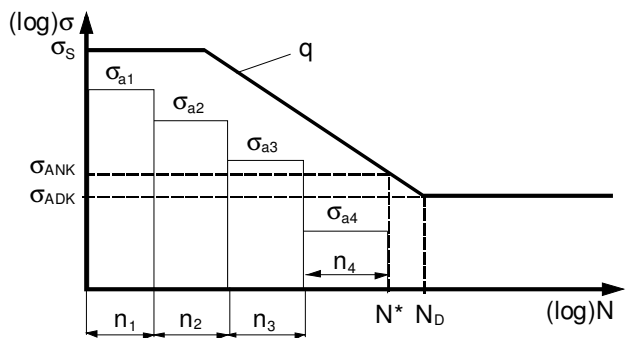
Die Methode *Miner-erweitert* (Bild 4) vernachlässigt nur die Kollektivstufen unterhalb der Dauerfestigkeit, die bezüglich der Schwingspielzahl über den Knickpunkt  $N_D$  hinausragen. Mit *Miner-erweitert* wurden gute Erfahrungen erzielt [3]. Die Ergebnisse nähern sich denen bei Anwendung der Hypothese *Miner-konsequent* an.



**Bild 3: Miner – original**



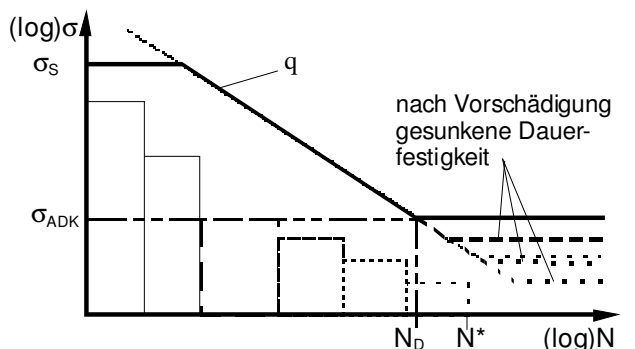
a) zu berücksichtigender Anteil nach Miner-erweitert



b) zu berücksichtigender Anteil bei  $\sum n_i < N_D$

**Bild 4: Methode nach Miner-erweitert**

Im Verfahren *Miner-konsequent* ist direkt berücksichtigt, dass die Bauteil-Dauerfestigkeit mit zunehmender Schädigung geringer wird [1]. Nach [2] und neueren Untersuchungen soll dieses Verfahren die besten Ergebnisse bezüglich der Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Bauteilverhalten liefern.



**Bild 5: Miner-konsequent**

Es ist für die Beurteilung rechnerischer Unterschiede der Berechnungsmethoden zu beachten, dass nach allgemeinen Erfahrungen der Einfluss der Unsicherheit in den Lastannahmen wesentlich größer ist als der Unterschied der Ergebnisse, die aus den gegenseitigen Abweichungen z. B. der Schädigungshypothesen *Miner-erweitert* und *Miner-konsequent* folgen.

#### 4.2.3 Schädigungsäquivalente Amplitude der Spannung und Minersumme

Die schädigungsäquivalente Amplitude der Spannung ist nach Gl.(7) zu ermitteln.

$$\sigma_a = \sigma_{a1} / K_{Koll} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{ta} = \tau_{ta1} / K_{Koll} \quad (7)$$

Dabei ist  $\sigma_{a1}$  bzw.  $\tau_{ta1}$  die Amplitude des Kollektivanteils, der die größte Belastung repräsentiert. Der Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  ist nach Gl.(9) (bei Methode 4 nach Gl.(17)) zu bestimmen.

##### 4.2.3.1 Methode 1 (*Miner-elementar*)

Bei *Miner-elementar* wird angenommen, dass alle Kollektivstufen zur Schädigung beitragen bzw. die Dauerfestigkeit keine Rolle spielt (siehe 4.2.2) Es gelten hier analog die Gleichungen (9) und (10). Die Sicherheit wird nach Gl. (1) ermittelt,  $\sigma_{ANK}$  bzw.  $\tau_{ANK}$  nach Gl. (3) bzw. Gl. (4) (Die Gln. (3) und (4) sind bei dieser Methode auch für  $N_L > N_D$  gültig).

Weiterhin gilt:

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i \quad (8)$$

wobei  $j$  die letzte Stufe des vorliegenden Kollektivs ist. Diese Methode wird empfohlen bei aggressiven Medien und durchgehärteten Stählen, z. B. Wälzlagerstähle und ähnliche.

##### 4.2.3.2 Methode 2 (*Miner-original*)

Bei *Miner-original* wird angenommen dass eine Beanspruchung unterhalb der Dauerfestigkeit beliebig oft ohne Bruch ertragen werden kann (Bild 3). Mit dieser Annahme erbringen Kollektivstufen unterhalb der Dauerfestigkeit keinen Schädigungsanteil. Das bedeutet, es bleiben hier alle die Laststufen des gegebenen Lastkollektivs unberücksichtigt, bei denen  $\sigma_{ai} < \sigma_{ADK}$  bzw.  $\tau_{tai} < \tau_{ADK}$  ist ( $i$ = Nummer der Kollektivstufe).

Der Kollektivfaktor ergibt sich zu :

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right)} \cdot D_M + 1 \quad (9)$$

Wird ein Wert  $K_{Koll} < 1$  errechnet, so ist  $K_{Koll} = 1$  zu setzen. Die Völligkeit  $v$  ist:

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^{j^*} \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q} \quad (10)$$

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^{j^*} \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\tau_{ai}}{\tau_{a1}}\right)^q}$$

(Wenn nicht anders vorgegeben oder bekannt:  $q=5$  für Zug/Druck oder Biegung;  $q=8$  für Torsion)

Weiterhin gilt:

$$N^* = \sum_{i=1}^{j^*} n_i \quad \text{mit } j^* = p-1 \quad (\text{wenn } N^* > N_D \text{ dann } N^* = N_D)$$

wobei  $p$  die erste Stufe unterhalb der Dauerfestigkeit ist. Für die Ermittlung der Sicherheit ist Gl.(1) mit  $\sigma_{ANK}$  bzw.  $\tau_{ANK}$  nach Gl. (3) zu verwenden ( $N^* = N_L < N_D$ ).

Diese Methode wird bei Vergleichen zu DIN 3990 T6 empfohlen.

**Anmerkung:** Die Methode *Miner-original* ist mit Unsicherheiten behaftet. Die generelle Streichung von Stufen unterhalb der Dauerfestigkeit kann zu Widersprüchen führen, denn bei einer Erhöhung der Belastung der Kollektivanteile um den Sicherheitsfaktor können dann weitere Kollektivstufen oberhalb der Dauerfestigkeit liegen. Für den Fall, dass alle Kollektivstufen unterhalb der Dauerfestigkeit liegen, liefert *Miner-original* kein Ergebnis. Es wird empfohlen, für beide Fälle eine andere Methode (z.B. *Miner-erweitert*) zu verwenden.

##### 4.2.3.3 Methode 3 (*Miner-erweitert*)

Im Gegensatz zu *Miner-original* wird hier davon ausgegangen, dass nur die Kollektivstufen zur Schädigung beitragen, deren Summe der Schwingspielzahlen gleich oder kleiner als die Schwingspielzahl  $N_D$  der Dauerfestigkeit ist. Es wird die über  $N_D$  hinausgehende Kollektivstufe bei  $N_D$  abgeschnitten. Dann ist anstatt  $n_i$  die Lastspielzahl  $n_e$  einzusetzen (Bild 4a  $n_e$ ).

$$n_e = N_D - \sum_{i=1}^{k-1} n_i$$

Die Laststufe  $k$ , ist die erste die über den Knickpunkt der Wöhlerlinie hinausragt (Beispiel, Bild 4a; Stufe 4;  $k=4$ ). Für  $K_{Koll}$  gilt Gl.(9),  $v$  ist nach Gl.(10) mit

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i \quad \text{bei} \quad \sum_{i=1}^j n_i < N_D$$

bzw.

$$N^* = N_D \text{ und } j^* = k \quad \text{bei} \quad \sum_{i=1}^j n_i \geq N_D$$

zu bestimmen.

Zur Ermittlung der Sicherheit ist für  $N^* \geq N_D$  Gl.(5) zu verwenden. Bei  $N^* < N_D$  gilt Gl.(1) mit  $\sigma_{ANK}$  bzw.  $\tau_{ANK}$  nach Gl.(3) ( $N^* = N_L < N_D$ ). Diese Methode erwies sich bisher für allgemeine Anwendungen als ausreichend.

##### 4.2.3.4 Methode 4 (*Miner-konsequent*)

Die Sicherheit  $S$  muss hier nach einem iterativen Verfahren bestimmt werden. Ausgehend von einem Startwert  $S_{\text{step } 0}$  wird die Sicherheit  $S_{\text{step}}$  als gedachte Lasterhöhung variiert, bis sich eine Lastwechselzahl  $\tilde{N}$  ergibt, die der geforderten Lastwechselzahl  $N^*$  entspricht.

$$\tilde{N} = ([A_{\text{kon}} - 1] \cdot D_M + 1) \cdot \left(\frac{\sigma_{ADK}}{S_{\text{step}} \cdot \sigma_{a1}}\right)^q \cdot N_D \quad (11)$$

mit

$$A_{\text{kon}} = \left(\frac{S_{\text{step}} \cdot \sigma_{a1}}{\sigma_{ADK}}\right)^{q-1} \cdot \left[\frac{Z1}{N1} + \sum_{\lambda=p}^j \frac{Z2}{N2}\right] \quad (12)$$

$$Z1 = \left( \frac{\sigma_{ADK}}{S_{Step} \cdot \sigma_{a1}} \right)^{q-1} - \left( \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1} \tag{13}$$

$$Z2 = \left( \frac{\sigma_{a\lambda}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1} - \left( \frac{\sigma_{a(\lambda-1)}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1} \tag{14}$$

$$N1 = \sum_{i=1}^{p-1} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q \tag{15}$$

$$N2 = \sum_{i=1}^{\lambda} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q \tag{16}$$

Dabei ist j die Anzahl der Kollektivstufen und p die Nummer der ersten Kollektivstufe unterhalb  $\sigma_{ADK}$ . Bei jedem Iterationsschritt ist p neu zu bestimmen, da sich alle Kollektivstufen um den Faktor  $S_{Step}$  erhöhen. In den Gleichungen (11) bis (16) sind die gegebenen Spannungsstufen  $\sigma_{ai}$  (Ausgangsdaten) einzusetzen. Für den Iterationszyklus wird ein  $\sigma_{aj+1}$  benötigt. Es wird deshalb empfohlen eine zusätzliche Spannungsstufe (j+1) mit  $n_{j+1}=0$  und  $\sigma_{aj+1}=0$  einzuführen.

Für die geforderte Lebensdauer gilt unter Berücksichtigung aller Kollektivstufen:

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i$$

Der Iterationsfaktor  $S_{Step}$  entspricht bei ausreichender Annäherung von  $\bar{N}$  an  $N^*$  bereits der gesuchten Sicherheit. Soll trotzdem ein Kollektivfaktor berechnet werden kann Gl.(17) verwendet werden.

$$K_{Koll} = (S_{Step} \cdot \sigma_{a1}) / \sigma_{ANK} \tag{17}$$

Es gilt  $\sigma_{ANK}$  mit  $N^*$  nach Gl.(3) für  $N^* < N_D$  bzw.  $\sigma_{ANK} = \sigma_{ADK}$  für  $N_L = N^* \geq N_D$ . Bei Torsion gilt die gleiche Vorgehensweise analog mit  $\tau_{ta1}$ ,  $\tau_{tai}$ ,  $\tau_{ANK}$ ,  $\tau_{ADK}$  und q für Torsion.

### 5 Zusammengesetzte Beanspruchung

Biegung (und/oder Zug-Druck) und Torsion, so ist die maßgebende Sicherheit nach Gl.(18) zu berechnen. Dabei ist von  $\sigma_{ADK}$  bzw.  $\tau_{ADK}$  abhängig von  $\sigma_{mv}$  bzw.  $\tau_{imv}$  nach DIN 743 bzw. von den daraus folgenden Werten  $\sigma_{ANK}$ ,  $\tau_{ANK}$  auszugehen (Gl.(3),(4)). Die schädigungsäquivalenten Amplituden  $\sigma_a$  bzw.  $\tau_{ta}$  (Gl.(7)) werden auf der Basis der angegebenen Hypothesen bestimmt.

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdANK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{baANK}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{ta}}{\tau_{taANK}} \right)^2}} \tag{18}$$

Es sind die Lastfälle  $\sigma_{mv} = \text{konst.}$  ( $\tau_{imv} = \text{konst.}$ ) oder  $\sigma_a / \sigma_{mv} = \text{konst.}$  ( $\tau_{ta} / \tau_{imv} = \text{konst.}$ ) zu Grunde zu legen. Diese Größen sind somit in allen Laststufen gleich und bleiben bei Belastungserhöhung konstant. Es sollte bevorzugt mit  $\sigma_a / \sigma_{mv} = \text{konst.}$  gerechnet werden.

### 6 Schlussbemerkung

Die Schadensakkumulationshypothese nach (Palmgren-Miner), abgekürzt hier nur Miner genannt, ist die Grundlage der meisten angewandten Verfahren der Lebensdauerberechnung zur Berücksichtigung der Wirkung zyklisch auftretender, sich verändernder Belastungen eines Bauteils.

Die hier enthaltenen Methoden berücksichtigen bis auf Miner-original direkt oder indirekt die fallende Dauerfestigkeit durch größere wirkende Beanspruchungen und entsprechen wenigstens in der Tendenz den gewonnenen Versuchsergebnissen. Der Reihenfolgeeinfluss bleibt unberücksichtigt. In der vorliegenden Richtlinie wurden diese Schadensakkumulationshypothesen in Anlehnung an [1] und [2] so formuliert, dass sie sich in die vorliegende DIN 743 "Tragfähigkeitsnachweis für Achsen und Wellen" einfügen. Somit steht ein Formelwerk zur Verfügung, das den Sicherheitsnachweis auch unter Berücksichtigung von Beanspruchungen im Zeitfestigkeitsbereich und/oder der Wirkung von Lastkollektiven ermöglicht.

Eine rechnerische Sicherheit  $S > 1$  bei Verwendung des Dauerfestigkeitswertes  $\sigma_{ADK}$  bzw.  $\tau_{ADK}$  bedeutet nicht, dass bei vorliegenden Lastkollektiven mit über der Dauerfestigkeit liegenden Kollektivanteilen eine unbegrenzte Lebensdauer erreicht ist.

### 7 Beispiele

#### Beispiel 1:

**gegeben:** 2 Stufenkollektiv

$$\sigma_{a1} = 1,2 \cdot \sigma_{ADK}; \quad n_1 = 10^4;$$

$$\sigma_{a2} = 0,5 \cdot \sigma_{ADK}; \quad n_2 = 10^8;$$

$$D_M = 0,3$$

$$N_D = 10^6; \quad \sigma_{ADK} = 268 \text{ N/mm}^2$$

$$q = 5$$

**gesucht:** Sicherheit gegen Ermüdungsbruch

**Berechnung:**

#### Miner-elementar:

- Lastspielzahl  $N^*$  mit  $j=2$  nach Gl.(8)

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i = \sum_{i=1}^2 n_i = 1,0001 \cdot 10^8$$

- Völligkeit v nach Gl.(10) mit  $j=2$  und  $N^* = 1,0001 \cdot 10^8$

$$v = q \sqrt[5]{\sum_{i=1}^j \left( \frac{n_i}{N^*} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q}$$

$$v = 5 \sqrt[5]{\left( \frac{10^4}{1,0001 \cdot 10^8} \right) \cdot (1,2)^5 + \left( \frac{10^8}{1,0001 \cdot 10^8} \right) \cdot (0,5)^5}$$

$$v = \underline{\underline{0,417}}$$

- Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  nach Gl.(9) mit  $D_M=0,3$ ,  $q=5$  und  $v=0,417$

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right)} \cdot D_M + 1$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{0,417^5} - 1\right)} \cdot 0,3 + 1$$

$$K_{Koll} = \underline{\underline{1,896}}$$

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7) mit  $K_{Koll}=1,896$

$$\sigma_a = \sigma_{a1}/K_{Koll} = 1,2 \cdot \sigma_{ADK} / 1,896 = \underline{\underline{169,6}} \text{ N/mm}^2$$

- Festigkeit mit  $\sigma_{ANK}$  nach Gl.(3) und  $N_L=N^*$

$$\sigma_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \sigma_{ADK} = \sqrt[5]{\frac{10^6}{1,0001 \cdot 10^8}} \cdot 268 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ANK} = \underline{\underline{106,7}} \text{ N/mm}^2$$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(1)

$$S = \sigma_{ANK} / \sigma_a = 106,7 \text{ N/mm}^2 / 169,6 \text{ N/mm}^2$$

$$S = \underline{\underline{0,63}} < S_{\min} \text{ (unzulässig !)}$$

### Miner-original:

- Lastspielzahl  $N^*$  mit  $j=1$  nach Gl.(8)

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i = n_1 = \underline{\underline{10^4}}$$

- Völligkeit  $v$  nach Gl.(10) mit  $N^*=n_1=10^4$ ,  $p=2$ ,  $j=1$

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^j \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q}$$

$$v = \sqrt[5]{\left(\frac{10^4}{10^4}\right) \cdot \left(\frac{1,2}{1,2}\right)^5}$$

$$v = \underline{\underline{1,0}}$$

- Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  nach Gl.(9) mit  $D_M=0,3$ ,  $q=5$  und  $v=1$

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right)} \cdot D_M + 1$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{1^5} - 1\right)} \cdot 0,3 + 1$$

$$K_{Koll} = \underline{\underline{1,0}}$$

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7) mit  $K_{Koll}=1$

$$\sigma_a = \sigma_{a1}/K_{Koll} = 1,2 \cdot \sigma_{ADK} / 1 = \underline{\underline{321,6}} \text{ N/mm}^2$$

- Festigkeit mit  $\sigma_{ANK}$  nach Gl.(3) mit  $N_L=N^*$

$$\sigma_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \sigma_{ADK} = \sqrt[5]{\frac{10^6}{10^4}} \cdot 268 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ANK} = \underline{\underline{673,2}} \text{ N/mm}^2$$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(1) (2. Stufe unterhalb  $\sigma_{ADK}$  -> keine Berücksichtigung)

$$S = \sigma_{ANK} / \sigma_a = 673,2 \text{ N/mm}^2 / 321,6 \text{ N/mm}^2$$

$$S = \underline{\underline{2,1}}^1)$$

### Miner-erweitert :

- Lastspielzahl  $N^*$

$$\sum_{i=1}^j n_i > N_D \rightarrow N^* = N_D = 10^6$$

- Stufenanzahl  $k=2$

- korrigierte Stufenschwingspielzahl  $n_e$  (letzte Stufe)

$$n_e = N_D - \sum_{i=1}^{k-1} n_i = 10^6 - 10^7 = \underline{\underline{9,9 \cdot 10^5}}$$

- Völligkeit  $v$  nach Gl.(10) mit  $k=2$  und  $N^*=10^6$

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^j \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q}$$

$$v = \sqrt[5]{\left(\frac{10^4}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{1,2}{1,2}\right)^5 + \left(\frac{9,9 \cdot 10^5}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{0,5}{1,2}\right)^5}$$

$$v = \underline{\underline{0,468}}$$

- Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  nach Gl.(9) mit  $D_M=0,3$ ,  $q=5$  und  $v=0,468$

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right)} \cdot D_M + 1$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{0,468^5} - 1\right)} \cdot 0,3 + 1$$

$$K_{Koll} = \underline{\underline{1,697}}$$

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7) mit  $K_{Koll}=1,697$

$$\sigma_a = \sigma_{a1}/K_{Koll} = 1,2 \cdot \sigma_{ADK} / 1,697 = \underline{\underline{189,5}} \text{ N/mm}^2$$

- Festigkeit mit  $N_L > N_D \rightarrow \sigma_{ADK}$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(5)

$$S = \sigma_{ADK} / \sigma_a = 268 \text{ N/mm}^2 / 189,5 \text{ N/mm}^2 = \underline{\underline{1,41}}^1)$$

### Miner - konsequent:

- Berücksichtigung des Einflusses aller Laststufen. (Zur Iteration wird ein fiktives  $\sigma_3 = 0$  benötigt)

- geforderte Lebensdauer  $N^* = \sum n_i = 1,0001 \cdot 10^8$

- Iterationsfaktor nach x Iterationen  $S_{\text{Step}} = \underline{\underline{1,52}}$

- berechnete Lebensdauer  $\tilde{N}$  mit  $p=2$

<sup>1)</sup> Bitte hierzu Hinweise in Abschnitt 4.1.1 beachten.

$$Z1 = \left( \frac{\sigma_{ADK}}{S_{Step} \cdot \sigma_{a1}} \right)^{q-1} - \left( \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1}$$

$$Z1 = \left( \frac{1}{1,52 \cdot 1,2} \right)^{5-1} - \left( \frac{0,5}{1,2} \right)^{5-1}$$

Z1 = **0,0602**

$$Z2 = \left( \frac{\sigma_{a\lambda}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1} - \left( \frac{\sigma_{a(\lambda-1)}}{\sigma_{a1}} \right)^{q-1}$$

$$Z2 = \left( \frac{0,5}{1,2} \right)^{5-1}$$

Z2 = **0,0301**

$$N1 = \sum_{i=1}^{p-1} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q$$

$$N1 = \frac{10^4}{1,0001 \cdot 10^8} \cdot \left( \frac{1,2}{1,2} \right)^5$$

N1 = **9,999 · 10<sup>-5</sup>**

$$N2 = \sum_{i=1}^{\lambda} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q$$

$$N2 = \frac{10^4}{1,0001 \cdot 10^8} \cdot \left( \frac{1,2}{1,2} \right)^5 + \frac{10^8}{1,0001 \cdot 10^8} \cdot \left( \frac{0,5}{1,2} \right)^5$$

N2 = **0,0127**

$$A_{kon} = \left( \frac{S_{Step} \cdot \sigma_{a1}}{\sigma_{ADK}} \right)^{q-1} \cdot \left[ \frac{Z1}{N1} + \sum_{\lambda=p}^j \frac{Z2}{N2} \right]$$

$$A_{kon} = \left( \frac{1,52 \cdot 1,2}{1} \right)^{5-1} \cdot \left[ \frac{0,0602}{9,999 \cdot 10^{-5}} + \frac{0,0301}{0,127} \right]$$

A<sub>kon</sub> = **6667**

- Lastspielzahl  $\tilde{N}$  nach Gl. (11)

$$\tilde{N} = ([A_{kon} - 1] \cdot D_M + 1) \cdot \left( \frac{\sigma_{ADK}}{S_{Step} \cdot \sigma_{a1}} \right)^q \cdot N_D$$

$$\tilde{N} = ([6667 - 1] \cdot 0,3 + 1) \cdot \left( \frac{1}{1,52 \cdot 1,2} \right)^5 \cdot 10^6$$

$\tilde{N}$  = **0,991 · 10<sup>8</sup>**

S<sub>Step</sub> = **1,52**

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch S=S<sub>Step</sub>

S = **1,52<sup>1)</sup>**

**Beispiel 2**

**gegeben:** 4 Stufenkollektiv

$$\begin{aligned} \sigma_{a1} &= 1,3 \cdot \sigma_{ADK} & n_1 &= 10^3 \\ \sigma_{a2} &= 1,2 \cdot \sigma_{ADK} & n_2 &= 10^4 \\ \sigma_{a3} &= 1,1 \cdot \sigma_{ADK} & n_3 &= 2 \cdot 10^4 \\ \sigma_{a4} &= 0,3 \cdot \sigma_{ADK} & n_4 &= 10^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_M &= 0,3 \\ N_D &= 10^6 & \sigma_{ADK} &= 268 \text{ N/mm}^2 \\ q &= 5 \end{aligned}$$

**gesucht:** Sicherheit gegen Ermüdungsbruch

**Berechnung:**

**Miner-elementar:**

- Lastspielzahl N\* mit j=4 nach Gl.(8)

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i = \sum_{i=1}^4 n_i \approx \mathbf{10^9}$$

- Völligkeit v nach Gl.(10) mit j=4 und N\*=10<sup>9</sup>

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^j \left( \frac{n_i}{N^*} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q}$$

$$v = \sqrt[5]{\left( \frac{10^3}{10^9} \right) \cdot \left( \frac{1,3}{1,3} \right)^5 + \left( \frac{10^4}{10^9} \right) \cdot \left( \frac{1,2}{1,3} \right)^5 + \left( \frac{2 \cdot 10^4}{10^9} \right) \cdot \left( \frac{1,1}{1,3} \right)^5 + \left( \frac{10^9}{10^9} \right) \cdot \left( \frac{0,3}{1,3} \right)^5}$$

v = **0,2319**

- Kollektivfaktor K<sub>Koll</sub> nach Gl.(9) mit D<sub>M</sub>=0,3 und v=0,2319

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left( \frac{1}{v^q} - 1 \right) \cdot D_M + 1}$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left( \frac{1}{0,2319^5} - 1 \right) \cdot 0,3 + 1}$$

K<sub>Koll</sub> = **3,39**

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7) mit K<sub>Koll</sub>=3,39

$$\sigma_a = \sigma_{a1} / K_{Koll} = 1,3 \cdot \sigma_{ADK} / 3,39 = \mathbf{102,8 \text{ N/mm}^2}$$

- Festigkeit  $\sigma_{ANK}$  nach Gl.(3) mit N<sub>L</sub>=N\*=10<sup>9</sup>

$$\sigma_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \sigma_{ADK} = \sqrt[5]{\frac{10^6}{10^9}} \cdot 268 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{ANK}$  = **67,32 N/mm<sup>2</sup>**

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(1)

$$S = \sigma_{ANK} / \sigma_a = 67,3 \text{ N/mm}^2 / 102,8 \text{ N/mm}^2$$

S = **0,66** < S<sub>min</sub> (unzulässig !)

<sup>1)</sup> Bitte hierzu Hinweise in Abschnitt 4.1.1 beachten.



**Miner-original:**

- Lastspielzahl  $N^*$  mit  $j = p - 1 = 3$  nach Gl.(8)

$$N^* = \sum_{i=1}^j n_i = 10^3 + 10^4 + 2 \cdot 10^4 = \underline{\underline{3,1 \cdot 10^4}}$$

- Völligkeit  $v$  nach Gl.(10) mit  $j = p - 1 = 3$  und  $N^* = 3,1 \cdot 10^4$

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^j \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q}$$

$$v = \sqrt[5]{\left(\frac{10^3}{3,1 \cdot 10^4}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{1,3}\right)^5 + \left(\frac{10^4}{3,1 \cdot 10^4}\right) \cdot \left(\frac{1,2}{1,3}\right)^5 + \left(\frac{2 \cdot 10^4}{3,1 \cdot 10^4}\right) \cdot \left(\frac{1,1}{1,3}\right)^5}$$

$v = \underline{\underline{0,88}}$

- Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  nach Gl.(9) mit  $D_M = 0,3$ ,  $q = 5$  und  $v = 0,88$

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right) \cdot D_M + 1}$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{0,88^5} - 1\right) \cdot 0,3 + 1}$$

$K_{Koll} = \underline{\underline{1,049}}$

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7) mit  $K_{Koll} = 1,049$

$$\sigma_a = \sigma_{a1} / K_{Koll} = 1,3 \cdot \sigma_{ADK} / 1,049 = \underline{\underline{332,2}} \text{ N/mm}^2$$

- Festigkeit nach Gl.(3) mit  $N_L = N^* = 3,1 \cdot 10^4$

$$\sigma_{ANK} = \sqrt[q]{\frac{N_D}{N^*}} \cdot \sigma_{ADK} = \sqrt[5]{\frac{10^6}{3,1 \cdot 10^4}} \cdot 268 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{ANK} = \underline{\underline{536,9}} \text{ N/mm}^2$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(15) (2. Stufe unterhalb  $\sigma_{ADK} \rightarrow$  keine Berücksichtigung)

$$S = \sigma_{ANK} / \sigma_a = 536,9 \text{ N/mm}^2 / 332,2 \text{ N/mm}^2$$

$S = \underline{\underline{1,62^1}}$

**Miner-erweitert :**

- Lastspielzahl  $N^*$

$$\sum_{i=1}^j n_i > N_D \quad \rightarrow \quad N^* = N_D = 10^6$$

- Stufenanzahl  $k = 4$

- korrigierte Stufenschwingspielzahl  $n_e$  (letzte Stufe)

$$n_e = N_D - \sum_{i=1}^{k-1} n_i = 10^6 - (10^3 + 10^4 + 2 \cdot 10^4) = \underline{\underline{9,69 \cdot 10^5}}$$

- Völligkeit  $v$  nach Gl.(10) mit  $j = k = 4$  und  $N^* = N_D = 10^6$

$$v = \sqrt[q]{\sum_{i=1}^j \left(\frac{n_i}{N^*}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q}$$

$$v = \sqrt[5]{\left(\frac{10^3}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{1,3}{1,3}\right)^5 + \left(\frac{10^4}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{1,2}{1,3}\right)^5 + \left(\frac{2 \cdot 10^4}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{1,1}{1,3}\right)^5 + \left(\frac{9,69 \cdot 10^5}{10^6}\right) \cdot \left(\frac{0,3}{1,3}\right)^5}$$

$v = \underline{\underline{0,443}}$

- Kollektivfaktor  $K_{Koll}$  nach Gl.(9) mit  $D_M = 0,3$ ,  $q = 5$  und  $v = 0,443$

$$K_{Koll} = \sqrt[q]{\left(\frac{1}{v^q} - 1\right) \cdot D_M + 1}$$

$$K_{Koll} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{0,443^5} - 1\right) \cdot 0,3 + 1}$$

$K_{Koll} = \underline{\underline{1,79}}$

- schädigungsäquivalente Amplitude nach Gl.(7)

$$\sigma_a = \sigma_{a1} / K_{Koll} = 1,3 \cdot \sigma_{ADK} / 1,79 = \underline{\underline{194,7}} \text{ N/mm}^2$$

- Festigkeit  $\sigma_{ADK} = \underline{\underline{268}} \text{ N/mm}^2$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch nach Gl.(5)

$$S = \sigma_{ADK} / \sigma_a = 268 \text{ N/mm}^2 / 194,7 \text{ N/mm}^2$$

$S = \underline{\underline{1,38^1}}$

**Miner - konsequent:**

- Berücksichtigung des Einflusses aller Laststufen. (Zur Iteration wird ein fiktives  $\sigma_{a5} = 0$  benötigt)

- geforderte Lebensdauer  $N^* = \sum n_i = 10^9$

- Iterationsfaktor nach  $x$  Iterationen  $S_{Step} = \underline{\underline{1,37}}$

- berechnete Lebensdauer  $\tilde{N}$  mit  $p = 4$

$$Z1 = \left(\frac{\sigma_{ADK}}{S_{Step} \cdot \sigma_{a1}}\right)^{q-1} - \left(\frac{\sigma_{ap}}{\sigma_{a1}}\right)^{q-1}$$

$$Z1 = \left(\frac{1}{1,37 \cdot 1,3}\right)^{5-1} - \left(\frac{0,3}{1,3}\right)^{5-1}$$

$Z1 = \underline{\underline{9,655 \cdot 10^{-2}}}$

$$Z2 = \left(\frac{\sigma_{a\lambda}}{\sigma_{a1}}\right)^{q-1} - \left(\frac{\sigma_{a(\lambda-1)}}{\sigma_{a1}}\right)^{q-1}$$

$$Z2 = \left(\frac{0,3}{1,3}\right)^{5-1}$$

$Z2 = \underline{\underline{2,836 \cdot 10^{-3}}}$

$$N1 = \sum_{i=1}^{p-1} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}}\right)^q$$

$$N1 = \frac{10^3}{10^9} \cdot \left(\frac{1,3}{1,3}\right)^5 + \frac{10^4}{10^9} \cdot \left(\frac{1,2}{1,3}\right)^5 + \frac{2 \cdot 10^4}{10^9} \cdot \left(\frac{1,1}{1,3}\right)^5$$

$N1 = \underline{\underline{1,638 \cdot 10^{-5}}}$

<sup>1)</sup> Bitte hierzu Hinweise in Abschnitt 4.1.1 beachten.

$$N2 = \sum_{i=1}^{\lambda} \frac{n_i}{N^*} \cdot \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a1}} \right)^q$$

$$N2 = \frac{10^3}{10^9} \cdot \left( \frac{1,3}{1,3} \right)^5 + \frac{10^4}{10^9} \cdot \left( \frac{1,2}{1,3} \right)^5 + \frac{2 \cdot 10^4}{10^9} \cdot \left( \frac{1,1}{1,3} \right)^5 + \frac{10^9}{10^9} \cdot \left( \frac{0,3}{1,3} \right)^5$$

$$N2 = \underline{\underline{6,708 \cdot 10^{-4}}}$$

$$A_{\text{kon}} = \left( \frac{S_{\text{Step}} \cdot \sigma_{a1}}{\sigma_{\text{ADK}}} \right)^{q-1} \cdot \left[ \frac{Z1}{N1} + \sum_{\lambda=p}^j \frac{Z2}{N2} \right]$$

$$A_{\text{kon}} = \left( \frac{1,37 \cdot 1,3}{1} \right)^{5-1} \cdot \left[ \frac{9,655 \cdot 10^{-2}}{1,638 \cdot 10^{-5}} + \frac{2,836 \cdot 10^{-3}}{6,708 \cdot 10^{-4}} \right]$$

$$A_{\text{kon}} = \underline{\underline{59348}}$$

- Lastspielzahl  $\tilde{N}$  nach Gl.(11)

$$\tilde{N} = ([A_{\text{kon}} - 1] \cdot D_M + 1) \cdot \left( \frac{\sigma_{\text{ADK}}}{S_{\text{Step}} \cdot \sigma_{a1}} \right)^q \cdot N_D$$

$$\tilde{N} = ([59348 - 1] \cdot 0,3 + 1) \cdot \left( \frac{1}{1,37 \cdot 1,3} \right)^5 \cdot 10^6$$

$$\tilde{N} = \underline{\underline{9,94 \cdot 10^8}}$$

$$S_{\text{Step}} = \underline{\underline{1,37}}$$

- Sicherheit gegen Ermüdungsbruch  $S = S_{\text{Step}}$

$$S = \underline{\underline{1,37^1)}$$

<sup>1)</sup> Bitte hierzu Hinweise in Abschnitt 4.1.1 beachten.